Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.4 (2); 2015, 5-34

دو فصلنامهٔ **نظریه و عمل در برنامهٔ درسی**
سال دوم، شمارهٔ ٤، پاییز و زمستان ۱۳۹۳، ۳٤-۵

طراحی و ساخت آزمونی برای صلاحیت‌های شناختی سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی بر مبنای مطالعات پیزا

Designing and Developing a Test for Cognitive Competencies of the Iranian Students' Mathematics Literacy based on PISA Studies

M. Mohsenpur
Z. Gouya (Ph.D)
M. Shokuhi Yekta (Ph.D)
A. Kiamanesh (Ph.D)
A. Bazargan (Ph.D)

Abstract: Since the establishment of formal education in Iran, there has always been an emphasis on the application of mathematics in real life situation. To measure students's competencies in applying mathematics in real life situations, there is a need to design a test with this purpose. During the current decade, PISA has been conducted in various countries to measure sudents' competencies needed for solving real life problems in 15 years old. Because of the reliable systematic framework of PISA regarding mathematics literacy (ML) as a construct, agreed by mathematics experts, PISA framework has been chosen as a suitable framework to design a test to assess students' competencies for ML. In this paper, we explain the stages of designing a similar test for the Iranian students of the same age. The approach to design the test is cognitive-diagnostic according to the framework of PISA and required modifications were made based on mathematics teachers' viewpoints in Tehran. The final test items are based on three processes of mathematics literacy which consist of formulation; employment and interpretation/ evaluation, and six cognitive competencies including communication, mathematising, representation, reasoning and argument, devising strategies for solving problems and using symbolic, formal and technical language and operations, in addition, four real context of personal; societal; occupational and scientific and finally four content area of quantity; uncertainty and data; change and relationships and space and shape.

Key Words: PISA Study, Mathematics Literacy, Cognitive Competencies, Cognitive Diagnostic Assessment and Grade 10 Students

مریم محسن‌پور[۱]
دکتر زهرا گویا[۲]
دکتر محسن شکوهی یکتا[۳]
دکتر علیرضا کیامنش[٤]
دکتر عباس بازرگان[۵]

چکیده: از زمان تأسیس آموزش رسمی در ایران، کاربردی بودن برنامهٔ‌درسی ریاضی، یکی از اهداف مورد تأکید نظام آموزشی بوده است. برای تعیین میزان تحقق چنین هدفی، داشتن آزمونی به‌منظور سنجش صلاحیت‌های دانش‌آموزان در به‌کارگیری ریاضی در زندگی واقعی، ضروری است. در دههٔ اخیر، مطالعه بین‌المللی پیزا در شماری از کشورهای جهان، باهدف سنجش میزان توانایی دانش‌آموزان ۱۵ ساله در به‌کارگیری ریاضی برای حل مسائل دنیای واقعی و رویارویی با چالش‌های آن، صورت گرفته است. با توجه به چارچوب نظام‌مند پیزا و تعریف موردتوافق متخصصان آموزش ریاضی از کاربرد ریاضی در زندگی واقعی در قالب سازه سواد ریاضی»، این مطالعه می‌تواند معیار مناسبی برای سنجش سواد ریاضی دانش‌آموزان باشد. پژوهش حاضر، مراحل طراحی آزمون صلاحیت‌های شناختی سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی را در پایان دورهٔ آموزش عمومی و شروع پایهٔ دهم، با رویکرد شناختی تشخیصی و با توجه به چارچوب مطالعات پیزا و دیدگاه دبیران ریاضی، تبیین می‌کند. سؤالات این آزمون، مبتنی بر سه مؤلفهٔ سواد ریاضی شامل صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر است. همچنین شش صلاحیت شناختی شامل ارتباطات، ریاضی‌وار کردن، بازنمایی، استدلال، طراحی راهبرد برای حل مسئله و استفاده از زبان و عملیات نمادین، رسمی و فنی از موارد مورد توجه در آزمون است. چهار زمینهٔ شخصی، شغلی، اجتماعی و علمی و چهار حیطهٔ محتوایی تغییر و روابط، فضا و شکل، کمیت و عدم قطعیت، زمینه و فضایِ چژوهش را تعیین می کند.

واژگان کلیدی: مطالعهٔ پیزا، سواد ریاضی، صلاحیت‌های شناختی، آزمون شناختی تشخیصی و دانش‌آموزان پایهٔ دهم

mohsenpor@ut.ac.ir

[۱]- دانشجوی دکتری سنجش آموزش، دانشگاه تهران
[۲]- استاد دانشگاه شهید بهشتی
[۳]- دانشیار دانشگاه تهران
[٤]- استاد دانشگاه آزاد اسلامی
[۵]- استاد دانشگاه تهران

این مقاله، مستخرج از رسالهٔ دکتری نویسندهٔ اول است. تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۰۵؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۱۲/۲۸

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

مقدمه

در دنیای واقعی، انسان‌ها با مسائل و موقعیت‌هایی مواجه می‌شوند که برای شناخت و صورت‌بندی مناسب آن‌ها، نیازمند استفاده از انواع استدلال‌ها ازجمله استدلال فضایی و سایر صلاحیت‌های شناختی ریاضیاتی خود و کار با کمیت‌های واقعی هستند. اگر چه چنین کاربردهایی از ریاضی، اگرچه مبتنی بر صلاحیت‌های کسب‌شده از طریق حل مسائلی است که معمولاً در کتاب‌های درسی و کلاس درس ظاهر می‌شوند، اما علاوه بر این‌ها، ضروری است که دانش‌آموزان برای حل مسائل زمینه‌مدار، توانایی به‌کارگیری صلاحیت‌های مرتبط در یک زمینهٔ کمتر ساختاریافته را نیز داشته باشند؛ جایی که مسیرها خیلی شفاف نیستند و لازم است دانش‌آموزان دربارهٔ دانش مرتبط و کاربرد مناسب آن دانش، تصمیم بگیرند (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی[1]، ۲۰۰۹ الف). این‌ها بدین معناست که توانایی به‌کارگیری ریاضی در موقعیت‌های زندگی واقعی، عاملی مؤثر در اعتلای کیفیت زندگی افراد به‌حساب می‌آید. با این تعبیر، این سؤال قابل‌طرح است که به چه میزان، ریاضیات مستتر در موقعیت‌های زندگی واقعی، برای دانش‌آموزان ملموس و قابل‌تشخیص است؟ به‌عبارت‌دیگر، به چه میزان دانش‌آموزان، قادرند از ریاضی، برای حل مسائل واقعی زندگی خود، استفاده کنند.

بیان مسئله

مرور منابع مربوط به اهداف برنامهٔ‌درسی ریاضی در دورهٔ آموزش مدرسه‌ای نظام آموزشی ایران، نشان می‌دهد که کاربردی بودن برنامه‌درسی ریاضی، از دیرباز موردتوجه سیاست‌گذاران و برنامه‌ریزان نظام آموزشی بوده است. به‌عنوان نمونه، گویا (۱۳۹۰) در بررسی ویژگی‌های اولین برنامهٔ‌درسی ریاضی دورهٔ ابتدایی در ایران، به این نکته اشاره می‌کند که از تحلیل برنامه‌های درسی ریاضی پایهٔ اول تا چهارمِ اولین برنامهٔ‌درسی رسمی تعلیمات ابتدایی، یکی از رویکردهای قابل‌شناسایی، زمینه‌مدار بودن و کاربردی بودن است. همچنین مدقالچی، یکی از مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی در شروع تغییر نظام جدید متوسطه (۱۳۷۱)، در میزگرد هیئت تحریریهٔ

[1]- Organization for Economic Co-operation and Development (OECD)

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی اظهار می‌دارد که در تدوین کتاب‌های نظام جدید متوسطه، جنبه‌های عمومی بودن و کاربردی بودن، موردنظر مؤلفان بوده است (میزگرد هیئت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، ۱۳۷۵). به‌علاوه، از سال ۱۳۸۳ نیز گروه تدوین‌کنندهٔ برنامهٔدرسی ریاضی، بر فرآیندهای ریاضی مانند حل مسئله و مدل‌سازی موقعیت‌های سادهٔ زندگی واقعی، تأکید داشته‌اند (کیامنش، صفرخانی، اقدسی، محسن‌پور، کبیری، مهدوی هزاوه، خیریه، سنگری و آتشک، ۱۳۹۰). علاوه بر این‌ها، شورای عالی آموزش‌وپرورش در مجموعهٔ مصوبات اهداف دورهٔ راهنمایی تحصیلی، در اصل چهارم از مجموعهٔ اصول علمی و آموزشی، تأکید دارد که دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی، باید در پایان دوره، مهارت‌های پایه را در ریاضیات بدانند و با نقش و کاربرد آن در زندگی و پیشرفت سایر علوم آشنا شوند» (دبیرخانه شورای عالی آموزش‌وپرورش، ۱۳۹۲، ص ۲۸). از این گذشته، این شورا در مجموعهٔ مصوبات اهداف دورهٔ متوسطه تحصیلی و در اصل پنجم از مجموعه اصول علمی و آموزشی نیز، تأکید کرده است که دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه در پایان دوره، باید «در استفاده از ریاضیات برای حل مسائل خود و جامعه مهارت داشته باشند»(همان، ص ۳۲). بر اساس این هدف از مجموعه اهداف شورای عالی، برنامهٔدرسی ریاضی دورهٔ متوسطه، می‌بایست دانش‌آموزان را برای رویارویی با مسائل زندگی واقعی، آماده سازد.

بنابراین، با توجه به اهداف مصوب برنامهٔدرسی ریاضی مدرسه‌ای در نظام آموزشی ایران و نظرات مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی که همگی بر کاربردی بودن برنامهٔ درسی ریاضی و توجه به موقعیت‌های زندگی واقعی اتفاق‌نظر دارند، سؤال مشخص‌تری مطرح می‌شود که *نظام آموزشی ایران تا چه حد توانسته است توانمندی به‌کارگیری ریاضی را در حل مسائل دنیای واقعی، در دانش‌آموزان ایجاد کند؟* یعنی به چه میزان توانسته است دانش‌آموزان را با کاربرد ریاضی در حل مسئله‌های واقعی روزانه، آشنا سازد؟

برای پاسخ به این سؤال و سؤال‌های مشابه، در بسیاری از کشورها، مراکزی جهت سنجش ملی پیشرفت تحصیلی و ارزشیابی بازده‌های آموزشی تأسیس‌شده‌اند که مسئولیت پاسخگویی به این سؤال‌ها، به عهدهٔ آن‌ها است. بااین‌حال، نظام آموزشی ایران، فاقد چنین مرکزی است و در این شرایط، شرکت در مطالعات بین‌المللی می‌تواند فرصت مناسبی برای بررسی عملکرد نظام آموزشی در سطح ملی فراهم آورد (کیامنش، محسن‌پور، صفرخانی و اقدسی، ۱۳۹۱).

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

برنامهٔ بین‌المللی سنجش دانش‌آموزان[1] (پیزا)، به‌عنوان یک مطالعهٔ بین‌المللی بر کاربرد ریاضی در زندگی واقعی تأکید دارد. پیزا به‌عنوان یکی از تحقیق‌های پیمایشیِ «سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی»به‌طور ویژه برای دانش‌آموزان ۱۵ ساله در سه حوزهٔ سواد ریاضی[2]، خواندن و علوم، از سال ۲۰۰۰ آغازشده و هر سه سال یک‌بار، برگزار می‌شود.[3] به‌طورکلی، آزمون‌های پیزا طوری طراحی می‌شوند تا معیارهایی مبنی بر این ارائه دهند که تا چه حد، دانش‌آموزان می‌توانند با به‌کارگیری آنچه در مدرسه آموخته‌اند، به حل مسائل واقعی و چالش‌هایی که احتمالاً در زندگی روزمره تجربه می‌کنند، بپردازند (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۰۹ ب). یکی از این معیارها، *سواد ریاضی* است. از منظر پیزا، منظور از سواد ریاضی «توانایی فرد در شناسایی و درک نقشی است که ریاضیات در این دنیا ایفا می‌کند تا وی بتواند قضاوت‌های درست انجام دهد و ریاضی را به‌گونه‌ای به کار گیرد که جوابگوی نیازهای زندگی واقعی او به‌عنوان یک شهروند سازنده، پر دغدغه و متفکر باشد» (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۰۳، ص ۱۵).

ایران تاکنون در مطالعهٔ بین‌المللی پیزا شرکت نکرده است تا چگونگی عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در حل مسائل دنیای واقعی یعنی سواد ریاضی آن‌ها، تبیین شود. از طرفی، بررسی پیشینهٔ تحقیقات در ایران نشان می‌دهد که تاکنون، پژوهشی برای تدوین یک آزمون شناختی تشخیصی، به‌منظور سنجش صلاحیت‌های شناختی سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی انجام نگرفته است. آنچه در این میان قابل‌ذکر است، این است که رفیع‌پور (۱۳۸۹) در بخشی از رسالهٔ خود تحت عنوان «طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامهٔ‌درسی ریاضی متوسطهٔ در ایران»به نظرخواهی از ١٤ معلم ریاضی دربارهٔ پیش‌بینی عملکرد دانش‌آموزان سال اول متوسطه در حل مسائل مربوط به سواد ریاضی پرداخته است. مسائل مورداستفاده در تحقیق وی، برگرفته از سؤالات مطالعات مقدماتی پیزا در سال‌های ۲۰۰۰ و ۲۰۰۳ بوده است. بر اساس نتایج این نظرسنجی، بیشتر معلمان ریاضی با مشاهده و تحلیل سؤال‌های مذکور، معتقد بودند که احتمالاً،

[1] - Programme for International Students Assessment (PISA)

[2]- Mathematics Literacy

[3]– علت انتخاب سن ۱۵ سالگی این است که در اغلب کشورهای عضوِ سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، سن ۱۵ سالگی دوران پایان آموزش اجباری است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

دانش‌آموزان ایرانی در رویارویی با پرسش‌های زمینه‌دارِ ریاضی مبتنی بر زندگی واقعی، عملکرد خوبی نخواهند داشت. آنان اغلب پیش‌بینی کرده بودند که حداکثر، ۱۰ درصد از دانش‌آموزان ایرانی می‌توانند به چنین سؤالاتی پاسخ دهند. معلمان ریاضی، دلیل اصلی پیش‌بینی چنین پدیده‌ای را، تأکید نداشتن کتاب درسی ریاضی بر جنبه‌های سوادآموزی ریاضی و بهره نگرفتن از زمینه‌های معنادار واقعی، برشمرده‌اند.

با توجه به این‌که یافته‌های رسالهٔ رفیع‌پور (۱۳۸۹) مبنی بر عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در حل مسائل دنیای واقعی، تنها در حد پیش‌بینی بر اساس نظرات معلمان بوده است، انجام پژوهش‌های بیشتری در این زمینه، ضروری است. در اولین گام، لازم است اقدام به طراحی آزمونی برای سنجش سواد ریاضی دانش آموزان نمود تا میزان تحقق هدف نظام آموزشی ایران مبنی بر توانمندی دانش‌آموزان در به‌کارگیری ریاضی برای حل مسائل دنیای واقعی مشخص شود.

ضرورت و اهمیت تحقیق

امروزه، استفاده از آزمون‌های شناختی تشخیصی جهت سنجش توانایی‌های آزمون‌شوندگان، بیشتر موردتوجه است، زیرا اطلاعات به‌دست‌آمده از این نوع آزمون‌ها، می‌تواند به‌وسیلهٔ کسانی که در آموزش ریاضی صاحب‌نظر هستند، به‌طور معناداری تفسیر شود (راپ، تمپلین و هنسون[1]، ۲۰۱۰). تهیه و تدوین ارزشیابی‌های آموزشی بر مبنای سنجش شناختی تشخیصی، مزایای زیادی دارد که از مهم‌ترین آن‌ها، پیوند دادن نظریه‌های شناختی و یادگیری، با آموزش است. به گفتهٔ گیرل، ونگ و ژو[2] (۲۰۰۸)، نتایج این نوع سنجش‌ها می‌تواند تصویری جامع از نیمرخ شناختی دانش‌آموزان درزمینهٔ تکلیف‌های درسی فراهم آورد تا بتوان با طراحی-های مناسب، نقاطِ ضعف شناسایی‌شده دانش‌آموزان را برطرف نمود.

[1]- Rupp, Templin & Henson
[2]- Gierl, Wang & Zhou

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

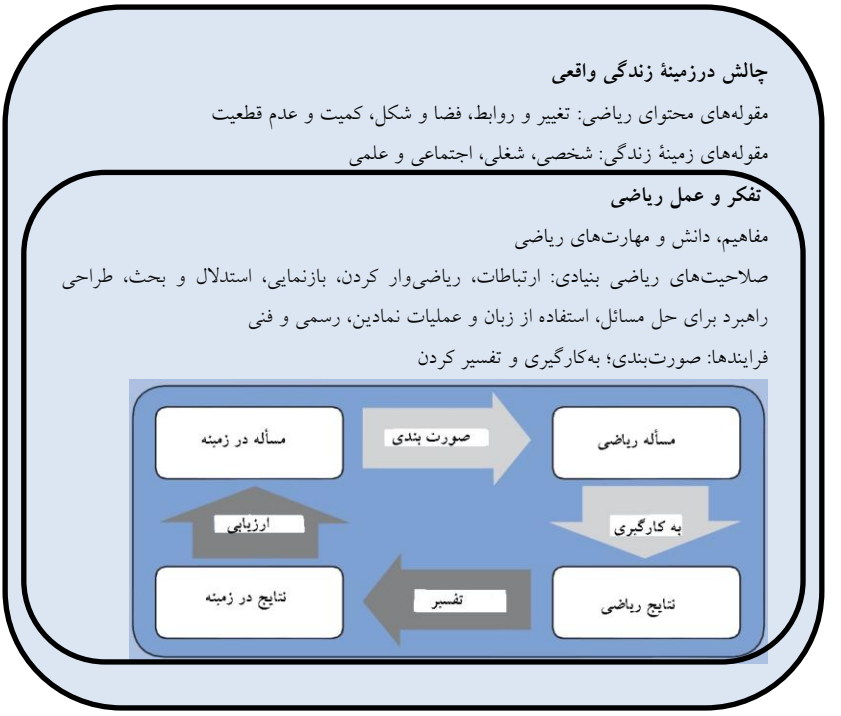
چارچوب سنجش سواد ریاضی در پیزا

در چارچوب مطالعهٔ پیزا (۲۰۱۲)، درواقع تعریف سواد ریاضی با مفهوم مدل‌سازی ریاضی تلفیق‌شده است و به‌صورت «توانایی فرد در صورت‌بندی[۱]، به‌کارگیری[۲] و تفسیر ریاضی[۳] در طیفی از زمینه‌های مختلف«درآمده است. سواد ریاضی همچنین شامل استدلال ریاضی‌وار و به‌کارگیری مفاهیم، رویه‌ها، حقایق و ابزار برای توصیف، تبیین و پیش‌بینی پدیده‌ها است. با این تعبیر، فرایند زیربنایی سنجش سواد ریاضی، مدل‌سازی است که با یک مسئله در موقعیت دنیای واقعی، شروع می‌شود. سپس مسئله از دنیای واقعی به زبان ریاضی صورت‌بندی می‌گردد. در گام بعدی، مسئلهٔ ریاضی حل می‌شود و جواب آن، به زبان دنیای واقعی ترجمه و تفسیر می‌شود (استیسی[٤]، ۲۰۱۲).

با توجه به مؤلفه‌های سواد ریاضی در این چارچوب، استیسی (۲۰۱۲)، مدل زیر را برای سواد ریاضی در عمل، تبیین نموده است (شکل (۱)).

[1]- Formulation
[2]- Employment
[3]- Interpretation
[4]- Stacey

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]



شکل (۱). مدلی برای سواد ریاضی در عمل (استیسی،۲۰۱۲)

بنا بر مدل ارائه‌شده در شکل (۱)، در مطالعهٔ پیزا (۲۰۱۲)، سواد ریاضی دارای جنبه‌های از درون مرتبطِ زیر است:

- فرایندهای ریاضی[1] فعالیتی را که فرد برای مرتبط کردن زمینه مسئله با ریاضی انجام می‌دهد تا مسئله را حل کند و هم‌چنین صلاحیت‌های شناختی[2] زیربنای آن فرایندها را، توصیف می‌کند.
- محتوای[3] ریاضی که برای پاسخ به سؤال‌های آزمون، مورد استفاده قرار می گیرد...
- زمینه[4]هایی که سؤال‌های آزمون، در آن‌ها قرارگرفته‌اند.

[1]- Mathematical Process
[2]- Cognitive Competencies
[3]- Content
[4]- Context

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

۱- فرایندهای ریاضی

فرایندهای ریاضی در پیزا، شامل سه مرحله می باشد؛ اول صورت‌بندی موقعیت‌ها به‌صورت ریاضی؛ سپس به‌کارگیری مفاهیم، حقایق، رویه‌ها و استدلال‌های ریاضی؛ و در پایان تفسیر کردن، کاربرد و ارزیابی نتایج ریاضی هستند. منظور از صورت‌بندی این است که دانش‌آموزان، بتوانند محتوا و ساختار ریاضی موردنیاز برای حل مسائل زمینه‌مدار را، تشخیص دهند. سپس، قادر باشند که مفاهیم، حقایق و رویه‌های ریاضی را برای حل مسائلی که به شکل ریاضی صورت‌بندی شده‌اند، به‌کارگیرند. بالاخره، بُعد تفسیر کردن، بر توانایی دانش‌آموزان برای بررسی راه‌حل‌ها و نتایج ریاضی و تفسیر کردن آن‌ها درزمینهٔ مسائل زندگی واقعی، تمرکز دارد. این کار، شامل ترجمه کردن راه‌حل‌ها یا استدلال‌های ریاضی به دنیای واقعی و میزان تطابق آن‌ها در دنیای واقعی است (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳ الف).

۲- صلاحیت‌های شناختی

یک دهه تجربه در تدوین سؤال‌های پیزا و تحلیل روش‌های پاسخ‌گویی دانش‌آموزان به آن‌ها، نشان داده که یک مجموعهٔ توانمندی ریاضی بنیادی وجود دارد که سواد ریاضی را در عمل، حمایت می‌کند. کار نیس[1] و همکاران دانمارکی او (نیس، ۲۰۰۳؛ نیس و جنسن[2]،۲۰۰۲؛ نیس و هوجگارد[3]،۲۰۱۱)، هشت توانمندی ریاضی را شناسایی کرده‌اند که می‌توان آن‌ها را برای شناخت رفتار ریاضی فرد، به کار گرفت (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳). در چارچوب مطالعهٔ پیزا (۲۰۰۳)، نیس، توانمندی‌ها را به‌عنوان صلاحیت‌ها معرفی کرده است و این صلاحیت‌ها عبارت‌اند از ارتباطات[4]، مدل‌سازی[5]، بازنمایی[6]، تفکر و استدلال[7]، بحث[8]، طرح و حل مسئله[9]، استفاده از زبان و عملیات نمادین، رسمی و فنی[1] و استفاده از ابزار و وسایل

[1] - Niss
[2] - Jensen
[3] - Højgaard
[4] - Communication
[5] - Modelling
[6] - Representation
[7] - Thinking and Reasoning
[8] - Argumentation
[9] - Problem Posing and Solving

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

کمکی[۲] (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۰۳، صص ۴۰-۴۱). در چارچوب مطالعهٔ پیزا (۲۰۱۲)، صلاحیت‌های استدلال و بحث در هم ادغام‌شده‌اند. در این چارچوب صلاحیت‌ها با نام‌های ارتباطات، ریاضی‌وار کردن[۳]، بازنمایی، استدلال و بحث[۴]، طراحی راهبرد برای حل مسائل[۵]، استفاده از زبان و عملیات نمادین، رسمی و فنی و استفاده از ابزار و وسایل ریاضی[۶] معرفی‌شده‌اند (استیسی، ۲۰۱۲). منظور از *ارتباطات*، رمزگشایی و تفسیر اجزای سؤال، به‌منظور معنا بخشیدن به اطلاعات فراهم شده است. علاوه بر این، *ریاضی‌وار کردن*، شامل تبدیل یک مسئلهٔ تعریف‌شده در دنیای واقعی به زبان ریاضی یا تفسیر یک راه‌حل ریاضی یا یک مدل ریاضی در ارتباط با مسئله اصلی باشد. هم‌چنین، صلاحیت *بازنمایی* دربرگیرنده طراحی و ترجمه، به‌کاربردن انواعی از نمایش‌های مختلف برای درک یک موقعیت است. به‌علاوه، *استدلال* صلاحیتی است که کمک می‌کند تا اجزای گوناگون مسئله کشف و به هم مرتبط شوند تا بتوان بر اساس آن‌ها، یک حدسیه را وارسی نموده و به استنباط درست برای یک مسئله رسید. هم‌چنین، *طراحی راهبرد برای حل مسائل*، توانایی طراحی راهبردهای متنوعی برای حل مسئله‌های ریاضی است و متشکل از راهبردهایی است که شخص را قادر می‌سازد تا ماهیت مسائل را تشخیص داده، صورت‌بندی نموده و حل کند. افزون بر این‌ها، استفاده از زبان و عملیات نمادین، رسمی و فنی، درک کردن، دست‌ورزی کردن و استفاده از عبارات نمادین در یک زمینه ریاضی‌مانند عبارت‌های حسابی و جبری و به‌کارگیری قواعد ریاضی است. صلاحیت *استفاده از ابزار و وسایل ریاضی* شامل شناخت و توانایی به‌کارگیری ابزارهای ریاضیات مانند ابزار اندازه‌گیری، ماشین‌حساب هستند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳). همچنین بنا بر یافته‌های ترنر[۷] (۲۰۱۲)، ترنر و آدامز[۸] (۲۰۱۲) و ترنر، دوسی، بلام و نیس (۲۰۱۳) شش صلاحیت شناختی ارتباطات، ریاضی‌وار کردن، بازنمایی، استدلال و بحث، طراحی راهبرد برای حل مسائل، استفاده از زبان و عملیات نمادین، رسمی و فنی در هر یک از سه مرحلهٔ فرایندهای

---

[1] - Using Symbolic, Formal and Technical Language and Operations
[2] - Use of Aids and Tools
[3] - Mathematising
[4] - Reasoning and Argument
[5] - Devising Strategies for Solving Problems
[6] - Using Mathematical Tools
[7]- Turner
[8]- Adams

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

ریاضی به کار گرفته می‌شوند و با افزایش سطح سواد ریاضی شخص، میزان به‌کارگیری صلاحیت‌های شناختی توسط وی افزایش می‌یابد؛ یعنی افزایش سطح صلاحیت‌های شناختی، با سطح دشواری سؤالات مرتبط است.

۳-دانش محتوایی ریاضی

تغییر و روابط[1]، فضا و شکل[2]، کمیت[3] و عدم قطعیت[4]، چهار حیطهٔ محتوایی برای تدوین سؤال‌های ریاضی پیزا هستند. منظور از *تغییر و روابط*، درک تغییرات بنیادین و تشخیص زمان رخ دادن آن‌ها است تا شخص بتواند به‌طور مناسب، از مدل‌های ریاضی برای توصیف و پیش‌بینی متغیرها، استفاده کند. هم‌چنین، *فضا و شکل* به طیفی از فعالیت‌ها مانند درک منظره‌ها، خواندن نقشه‌ها، شکل‌های در حال تغییر، تفسیر نماهای سه‌بعدی از زاویه‌های مختلف و ساختن بازنمایی اشکال، اطلاق می‌شود. به‌علاوه، کمیت مانند کمی سازیِ ویژگی‌های اشیا، روابط و موقعیت‌ها در دنیای واقعی است. علاوه بر این‌ها، درک عدد، بازنمایی‌های چندگانه اعداد، محاسبات ذهنی و تخمین و ارزشیابی هم در این حیطه قرار می‌گیرند. بالاخره *عدم قطعیت*، به تشخیص جایگاه تغییر در فرایندها اطلاق می‌شود (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی،۲۰۱۳ الف).

٤-زمینه

زمینه، جنبه‌ای از دنیای واقعی فرد است که مسئله‌ها، در آن واقع می‌شوند. انتخاب راهبردها و بازنمایی‌های مناسب، اغلب بستگی به زمینه‌ای دارند که مسئله از آن نشأت‌گرفته است. در مطالعهٔ پیزا (۲۰۱۲)، چهار زمینهٔ شخصی، شغلی، اجتماعی و علمی، موردنظر هستند. مسائل طبقه‌بندی‌شده درزمینهٔ *شخصی*، بر فعالیت‌های شخصی، خانوادگی یا گروه همسالان متمرکز است. هم‌چنین، مسئله‌های زمینهٔ *شغلی*، عمدتاً مرتبط با بازار کار و اشتغال هستند. زمینهٔ *اجتماعی* مسائلی را در برمی‌گیرد که بر وجوه مختلف جامعه‌ای که فرد در آن زندگی می‌کند-

[1]- Change and Relationships
[2]- Space and Shape
[3]- Quantity
[4]- Uncertainty

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

بومی، ملی یا جهانی- متمرکزند. به‌علاوه، مسائل زمینهٔ *علمی* با کاربردهای ریاضی در دنیای واقعی و مسائل و موضوعات مرتبط با علوم و فناوری مرتبط‌اند (سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی، ۲۰۱۳ الف).

معرفی پژوهش

در این پژوهش، باهدف بررسی سواد ریاضی، خروجی‌های آموزش مدرسه‌ای و با تأکید بر شش صلاحیت شناختی مطالعهٔ پیزا (۲۰۱۲)[۱]، یک آزمون شناختی تشخیصی برای سنجش سواد ریاضی، در راستای آزمون پیزا، تدوین گردید که در این بخش، روند این طراحی، ارائه می‌شود[۲].

واحدهای آزمون

سؤال‌های آزمون در قالب واحدها[۳] سازمان‌دهی شده‌اند. هر واحد با توصیف یک موقعیت دنیای واقعی شروع می‌شود. این توصیفات شامل اطلاعات موجود در متن، تصویرها، جدول‌ها، نمودارها و نظایر آن‌ها است که یک یا چند سؤال، به آن مربوط می‌شود. آزمون از سؤال‌هایی با پاسخ‌های ساختنی (تشریحی و کوتاه پاسخ) و پاسخ‌های گزیدنی (درست- نادرست و چندگزینه‌ای) تشکیل‌شده است. طبق دستورالعمل پیزا، برای نمره‌گذاری پاسخ‌ها، به تمام سؤال‌ها به‌جز سه سؤال، از روش دو ارزشی استفاده‌شده است. نمره‌گذاری سه سؤال دیگر با مشورت رئیس گروه متخصصان ریاضی به روش سه‌ارزشی (۰، ۱ و ۲) انجام شد[۴]. هم‌چنین، در هر واحد، هر سؤال متشکل از یک فرایند، زمینه و حیطهٔ محتوایی بود.

---

[۱]- صلاحیتِ استفاده از ابزار و وسایل ریاضی، مدنظر پژوهشگران این تحقیق نبود.

[۲]- ویژگی‌های فنی آزمون در چارچوب مقالهٔ دیگری ارائه خواهد شد.

[3]- Units

[۴]- از طریق مکاتبهٔ شخصی نویسنده اول با پروفسور کِی استیسی

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

مراحل طراحی آزمون

برای ترسیم تصویری روشن‌تر از چارچوب مطالعات پیزا، ابتدا مجموعه سؤال‌های قابل‌انتشار[1] آن، ترجمهٔ کلمه به کلمه شد. سپس با توجه به متن کتاب‌های درسی ریاضی در ایران، ویرایش سؤال‌ها انجام گرفت. در مرحلهٔ بعد، مجموعه سؤال‌های ترجمه‌شده به همراه یک راهنما و معرفی مطالعهٔ پیزا، برای گروهی از دبیران ریاضی دبیرستان در ناحیه‌های مختلف آموزشی شهر تهران، ارسال شد. این دبیران، پس از آشنایی با موضوع تحقیق، به‌طور داوطلب، در این تحقیق شرکت کردند. از این دبیران، خواسته شد که نظرات خود را در چهار مورد زیر ابراز کنند:

- مناسب بودن زمینهٔ سؤال برای دانش‌آموزان پایه‌های نهم و دهم
- تناسب سؤال با توانمندی دانش‌آموزان در پاسخگویی به زمینهٔ مطرح‌شده در سؤال، بر اساس دانشِ کسب‌شدهٔ دانش‌آموزان تا پایان پایهٔ نهم
- در صورت نامناسب بودن، معرفی زمینهٔ آشنا و مناسب دیگری برای دانش‌آموزان پایه‌های نهم و دهم
- درجه‌بندی سطوح صلاحیت‌های شناختی بر اساس راهنمای ارائه‌شده به آن‌ها

پس از بررسی و تحلیل نظرات دبیران، متن سؤال‌ها، بر اساس زمینه‌های اجتماعی و فرهنگی در ایران، مجدداً ویرایش شد. به‌عنوان‌مثال اسامی افراد، نوع ماشین، گروه‌های موسیقی، ماه‌های شمسی، واحد پول و تاریخ‌ها، به معادل‌های ایرانی تغییر یافت و در گام بعدی، زمینه بعضی سؤال‌ها عوض شد. به‌منظور بررسی طیف وسیع‌تری از سؤال‌ها، ۳۳ سؤال در دو فرم ١٦ و ۱۷ سؤالی تهیه شد.

اجرای مقدماتی

با نظر دبیران، برای اجرای مقدماتی آزمون، یک ساعت در نظر گرفته شد و توسط چهار دبیر در کلاس‌های پایهٔ دهم انجام گرفت. نمونهٔ آماری در مطالعهٔ مقدماتی، ۲۰۵ دانش‌آموز بود و دو فرم، به ترتیب بر روی ۱۰۲ و ۱۰۳ دانش‌آموز دختر و پسر در شش مدرسه، اجرا شد.

[1]- سؤال‌های منتشرشده از طریق سایت https://mypisa.acer.edu.au قابل‌دسترسی است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

تعیین سؤال‌های نهایی

برای نهایی کردن سؤال‌ها، توصیهٔ راپ و تمپلین (۲۰۰۸) مبنی بر تعداد سؤال‌ها در یک آزمون شناختی تشخیصی متعادل که بین ۲۰ تا ٤۰ سؤال است، در نظر گرفته شد و مجموعاً ۲۰ سؤال انتخاب شد که در زیر چگونگی انتخاب این ۲۰ سؤال به‌اختصار، بیان می‌شود.

طبق دستورالعمل پیزا، برای اجرای آزمون سواد ریاضی در کشورهای شرکت‌کننده در این مطالعه، واحد کوهنوردی شامل سه سؤال (پیوست الف) باید بدون هیچ تغییری، فقط به زبان رسمی آن کشورها ترجمه می‌شد. درنتیجه، برای امکان مقایسه بهترِ عملکرد دانش‌آموزان این مطالعه با متوسط بین‌المللی، این واحد در سؤال‌های نهایی، قرار گرفت. دو واحدِ صادرات و راه‌پله (پیوست ب) حذف شدند. هدف واحد صادرات، کاربرد نمودار بود، اما به دلیل ناآشنا بودن زمینه برای دانش‌آموزان، این واحد حذف شد. واحد راه‌پله نیز به نظر دانش‌آموزان شرکت‌کننده در مطالعهٔ مقدماتی، جذابیت ویژه‌ای نداشت و تقریباً اغلب آن‌ها (بیش از ۹۰ درصد)، به آن پاسخ درست دادند. درنتیجه، به دلیل عدم قابلیت تمیز، از مجموعه سؤال‌ها حذف شد.

در گام بعدی، لازم بود که ۱۷ سؤال از میان ۳۰ سؤال، انتخاب شود. پس با توجه به هدف تحقیق، ملاک انتخاب سؤال‌ها، بر اساس پوششِ الف) سطوح صلاحیت‌های شناختی، ب) ابعاد مدل‌سازی در سازه سواد ریاضی، ج) زمینه و د) محتوای سؤال‌ها صورت گرفت.

الف) هر صلاحیت شناختی، دارای چهار سطح تعریف‌شدهٔ ناچیز (۰)، کم (۱)، متوسط (۲) و زیاد (۳) است. با عنایت به این‌که سطح سوم، تنها محدود به چند سؤال بود و لازم بود که سؤالات آزمون، همهٔ سطوح صلاحیت‌ها را در آزمون نهایی پوشش دهد، پنج واحدِ تانک، زباله، استقبال، خرید خانه و سوله شامل هفت سؤال، انتخاب شدند (پیوست ب). به‌این‌ترتیب با لحاظ کردن واحد کوهنوردی، مجموعهٔ واحدهای انتخاب‌شده، مجموعهٔ شامل شش واحد و ۱۰ سؤال شد.

ب) بررسی ابعاد مدل‌سازی در سازهٔ سواد ریاضی در مرحلهٔ الف، نشان داد که هفت سؤال در بُعد صورت‌بندی وجود دارد و در هر یک از دو بُعد تفسیر و به‌کارگیری، تنها دو سؤال قرارگرفته است که در مقایسه با بعد صورت‌بندی، کافی نبود. بدین سبب، تصمیم به انتخاب سؤال‌های دیگری، در دو بعد به‌کارگیری و تفسیر گرفته شد. دو واحد فروش گوشی تلفن همراه

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

و کدام ماشین (پیوست ب)، هرکدام با سه سؤال، در دو بعد به‌کارگیری و تفسیر قرار داشتند. در واحد فروش گوشی تلفن همراه، دو سؤال اول مربوط به بُعد تفسیر و سؤال آخر مربوط به بُعد به‌کارگیری بود و واحد کدام ماشین سؤال اول مربوط به بعد تفسیر و سؤال دوم و سوم مربوط به بعد به‌کارگیری بود؛ بنابراین تصمیم به انتخاب این دو واحد شد.

ج) بررسی زمینهٔ سؤال‌ها در مرحله ب، نشان داد که در سه بُعد شخصی، شغلی و اجتماعی به ترتیب پنج، پنج و چهار سؤال قرارگرفته، درحالی‌که درزمینهٔ علمی فقط دو سؤال وجود داشت؛ بنابراین تصمیم به انتخاب سؤال درزمینهٔ علمی گرفته شد. تنها دو واحدِ کشتی دریانوردی و درِ چرخان (پیوست ب)، به ترتیب شامل سه و دو سؤال درزمینهٔ علمی، قرار داشتند. از بین دو واحد مذکور، سؤال‌های واحد کشتی دریانوردی در سه حیطه محتوایی *کمیت*، *فضا و شکل* و *تغییر و رابطه* لحاظ می‌شد، درحالی‌که هر دو سؤالِ واحد درِ چرخان، در حیطهٔ محتوایی *فضا و شکل* بود. از طرفی بنا به نظر دبیران، واحد کشتی دریانوردی در زندگی واقعی، زمینه‌ای ملموس‌تر بود و جنبه کاربردِ بیشتری داشت؛ بنابراین، واحد مذکور انتخاب و تعداد واحدها به نُه رسید.

د) با در نظر گرفتن سه ملاک بالا، ۱۹ سؤال انتخاب شدند. برای انتخاب یک سؤال در میان شش واحد باقیمانده شامل ۱۱ سؤال، تنها دو واحدِ نجار و سس (پیوست ب)، تک سؤالی بودند که به ترتیب، دارای حیطهٔ *فضا و شکل* و *کمیت* بودند. چون تعداد سؤال‌های منتخب در این دو حیطه، به ترتیب پنج و شش بود، برای ایجاد توازن، تصمیم به انتخاب واحد نجار که در حیطهٔ محتوایی *فضا و شکل* بود، گرفته شد. توزیع فراوانی ۲۰ سؤال منتخب در قالب ۱۰ واحد و در سه بخشِ فرایند ریاضی، زمینه و محتوا، در جدول (۱) آمده است.

جدول (۱). توزیع فراوانی تعداد سؤال‌ها در سه بخش فرایند، زمینه و محتوا

فرایند			زمینه					محتوا			
صورت‌بندی	به‌کارگیری	تفسیر	شخصی	اجتماعی	علمی	شغلی	کمیت	فضا و شکل	تغییر و روابط	عدم قطعیت
۷	۸	۵	۵	٤	۵	٦	٦	٦	۳	۵

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

جامعهٔ آماری و نمونه

جامعهٔ آماری این تحقیق، دانش‌آموزان پایهٔ دهم شهر تهران در سال تحصیلی ۱۳۹۳-۱۳۹۲ در سه رشتهٔ ریاضی-فیزیک، علوم تجربی و ادبیات و علوم انسانی بود. انتخاب پایهٔ دهم به دو دلیل صورت گرفت؛ نخست آن‌که محتوای آزمون سواد ریاضی پیزا، بر اساس سال خروج از دورهٔ آموزش عمومی صورت گرفته است که به‌نوعی، معادل پایان پایهٔ نهم در ایران است. دوم این‌که در ایران طیف سنی دانش‌آموزان در زمان آزمون (شروع پایهٔ دهم)، بین ۱۵/۲ سال تا ۱۶/۲ سال بود که با جمعیت هدف مطالعات پیزا همخوانی داشت. رویکرد نمونه‌گیری در این پژوهش، رویکرد احتمال متناسب با بزرگی[1] بود. بر اساس رویکرد مذکور، ابتدا ناحیه‌های آموزشی ۳، ٤، ٥، ٦ و ۱۸ شهر تهران که در این سال تحصیلی دارای ۲۰۷۷۸ دانش‌آموز بودند، انتخاب شدند. سپس در گام بعدی، با مشخص شدن مدارس و تعیین تعداد کلاس‌های مدارس منتخب، حجم احتمالی نمونه، ۷۰۰ نفر به‌دست آمد. موقع اجرای آزمون، یک نمونهٔ ٦٨٨ نفری به سؤال‌های آزمون پاسخ دادند که پس از حذف ۳۱ برگهٔ مخدوش (سفید یا نامربوط)، تعداد نهایی به ٦٥٧ نفر رسید.

روند تغییر نمونه سؤال‌های مطالعهٔ پیزا در آزمون شناختی تشخیصی

در این بخش برای نمونه، روند تغییر دو واحد و چهار سؤال از مجموعهٔ ۱۰ واحد و ۲۰ سؤال آزمون شناختی تشخیصی طراحی و ساخته‌شده در یک پژوهش وسیع‌تر، ارائه می‌گردد. این دو واحد تحت عنوان نمودارها و کنسرت راک بودند که در مطالعهٔ نهایی، به ترتیب به فروش گوشی تلفن همراه و استقبال تبدیل شدند. در شکلِ نهاییِ دو واحد مذکور، تغییرات اساسی درزمینهٔ سؤال‌ها انجام شد.

نمودارها

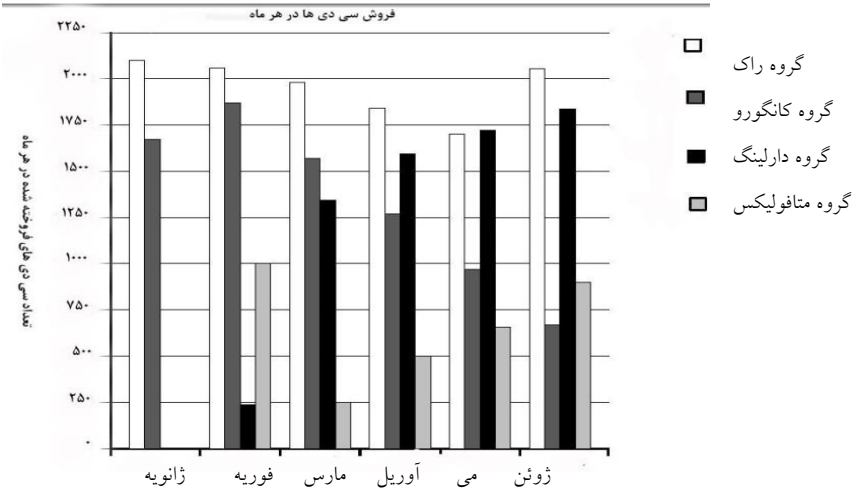
در سؤال‌های منتشرشدهٔ پیزا، واحد نمودارها، دارای زمینهٔ اجتماعی است. در این واحد، اطلاعاتی در متن سؤال‌ها از طریق نمودار میله‌ای، در ارتباط با میزان فروش شش‌ماههٔ آلبوم‌های

[1] -Probability Proportional to Size (PPS)

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

چهار گروه موسیقی، ارائه‌شده است. ابتدا این سؤال به شکل زیر، ترجمه کلمه به کلمه شد و برای نظرخواهی، برای دبیران ریاضی داوطلب، ارسال شد.

در ماه ژانویه، سی‌دی جدید گروه‌های موسیقی راک و کانگورو منتشرشده است. در ماه فوریه، سی‌دی‌های گروه‌های موسیقی دارلینگ و متافولیکس نیز به بازار آمده است. نمودار زیر، میزان فروش سی‌دی‌های گروه‌های موسیقی را از ژانویه تا ژوئن نشان می‌دهد:



سؤال ۱- گروه موسیقی متافولیکس در ماه آوریل، چند سی‌دی به فروش رسانده است؟

الف- ۲۵۰ ب- ۵۰۰ ج- ۱۰۰۰ د- ۱۲۷۰

سؤال ۲- برای اولین بار، در کدام ماه گروه موسیقی دارلینگ، سی‌دی بیشتری نسبت به گروه کانگورو فروخته است؟

الف- هیچ ماه ب- مارس ج- آوریل د- می

سؤال ۳- مدیر گروه موسیقی کانگرو، نگران است، زیرا تعداد سی‌دی‌های فروخته‌شده از فوریه تا ژوئن، کاهش پیداکرده است. اگر این روند منفی (کاهش فروش) ادامه یابد. تخمین شما از حجم فروش آن‌ها برای ماه ژوئیه چقدر است؟

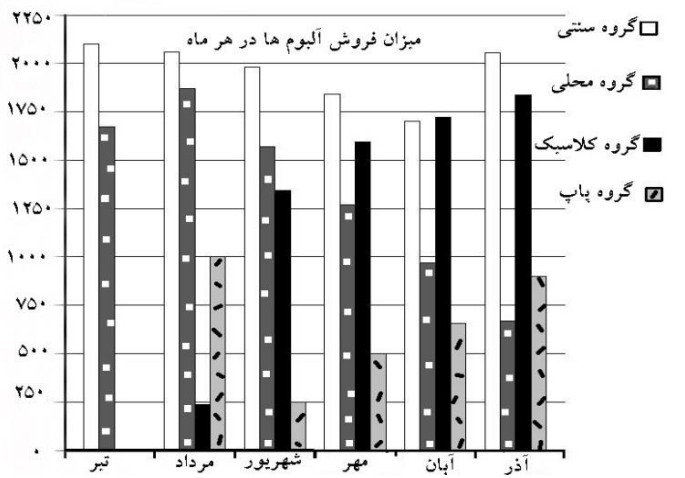
الف- ۷۰ سی‌دی ب- ۳۷۰۰ سی‌دی ج- ٦٧٠ سی‌دی د- ۱۳٤۰ سی‌دی

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

بررسی نظرات دبیران ریاضی، نمایانگر مناسب بودن سؤال با توانایی دانش‌آموزان ۱۵ ساله بود؛ اما بیشتر دبیران، پیشنهاد کردند که یا زمینهٔ سؤال تغییر کند، یا این‌که اسامی گروه‌های موسیقی، به اسامی ایرانی و ماه‌های میلادی، به ماه‌های شمسی تبدیل شوند. ازنظر یکی از دبیران، به استناد تجربهٔ تدریس در پایه‌های نهم و دهم، باید زمینه تغییر می کرد. همچنین عنوان نمودارها نیز پیش‌زمینل مناسبی برای دانش‌آموزان فراهم نمی‌کرد. اگرچه جایگزینی هم برای تغییر زمینه و عنوان، داده نشد. درنتیجه، تنها اسامی گروه‌های موسیقی و ماه‌های میلادی، تغییر کرد و عنوان نمودارها به فروش آلبوم موسیقی تبدیل شد. این سؤال به‌صورت زیر، برای اجرا در مطالعهٔ مقدماتی تغییر یافت.

فروش آلبوم موسیقی

در ماه تیر، دو آلبوم جدید از دو گروه موسیقی معروف سنتی و محلی منتشر شد. در ماه مرداد نیز، دو آلبوم جدید از دو گروه موسیقی کلاسیک و پاپ به بازار آمد. نمودار زیر، میزان فروش آلبوم‌های گروه‌های موسیقی را از تیر تا آذر نشان می‌دهد:



سؤال ۱– گروه موسیقی پاپ در ماه مهر، چند آلبوم به فروش رسانده است؟

الف– ۲۵۰ ب– ۵۰۰ ج– ۱۰۰۰ د– ۱۲۷۰

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

سؤال ۲- برای اولین بار، در کدام ماه، گروه موسیقی کلاسیک، آلبوم بیشتری نسبت به گروه محلی فروخته است؟

الف- هیچ ماه ب- شهریور ج- مهر د- آبان

سؤال ۳- مدیر گروه موسیقی محلی، از روند منفی فروش آلبوم‌های این گروه از مرداد تا آذر، ابراز نگرانی کرده است. اگر روند کاهش فروش ادامه یابد. تخمین شما از میزان فروش آلبوم‌های این گروه در دی‌ماه، چقدر است؟

الف- ۷۰ آلبوم ب- ۳۷۰ آلبوم ج- ٦۷۰ آلبوم د- ۱۳٤۰ آلبوم

در مطالعهٔ مقدماتی، واحد فروش آلبوم موسیقی اجرا شد. نتایج نشان داد که در سؤال اول، ۹۱٪ دانش‌آموزان در نمونهٔ مقدماتی، به این سؤال پاسخ درست و ۹٪ پاسخ نادرست دادند. به سؤال دوم و سوم نیز به ترتیب، ٦٤٪ و ۵۸٪، پاسخ درست دادند.

بااین‌وجود، برای نهایی کردن سؤال‌ها در آزمون اصلی، به سبب بعضی تنگناهای اجرایی و توصیه‌های بعضی مسئولان اجرایی سازمان آموزش‌وپرورش شهر تهران، زمینهٔ این واحد کلاً تغییر کرد. در بررسی‌های گوناگون برای انتخاب زمینهٔ مناسب، معلوم شد یک زمینهٔ قابل‌توجه در جامعهٔ ایران، فروش گوشی تلفن همراه است و به نقل از برخی سایت‌های تجاری[1]، ماهانه، حدود ۸۰۰,۰۰۰ گوشی تلفن همراه در ایران به فروش می‌رسد. درنتیجه، پس از مشورت نهایی با دبیران شرکت‌کننده در مطالعه، زمینل سؤال فروش آلبوم موسیقی، به فروش گوشی تلفن همراه تبدیل شد و اعداد و ارقام آن نیز با توجه به زمینه جدید، تغییر یافت؛ اما با این تغییرات، زمینهٔ سؤال از «اجتماعی »به «شغلی» تبدیل شد. در زیر، شکل نهایی این واحد ارائه‌شده است.

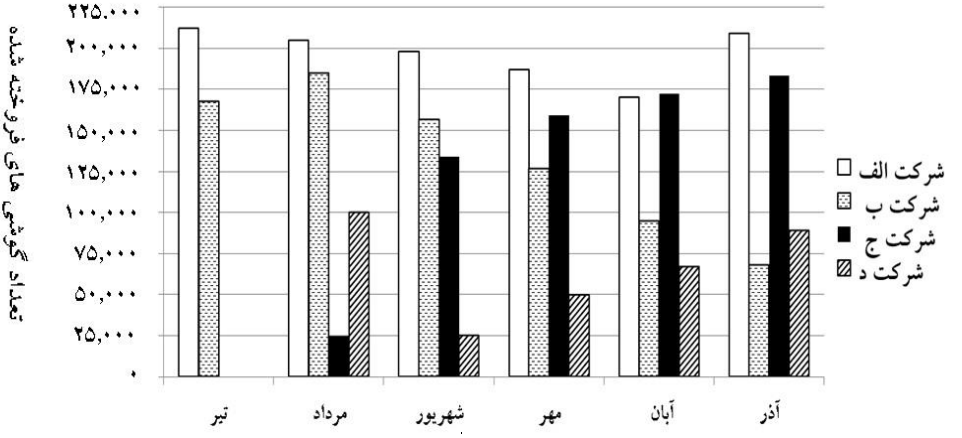
[1] - http://vivannews.com/Pages/News-19088.aspx

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

فروش گوشی تلفن همراه

در ماه تیر، دو نوع گوشیِ تلفن همراه جدید از دو شرکت معروف **الف** و **ب**[1]، به بازار آمد. در ماه مرداد نیز، دو نوع گوشیِ تلفن همراه جدید از دو شرکت **ج** و **د** عرضه گردید. نمودار زیر، میزان فروش گوشی‌های تلفن همراه شرکت‌هایِ تولیدکننده را از تیر تا آذر نشان می‌دهد.

میزان فروش گوشی‌های تلفن همراه در هرماه



سؤال ۱– در ماه مهر، شرکت **د**، چند گوشی تلفن همراه به فروش رسانده است؟

الف– ۲۵۰۰۰ ب– ۵۰۰۰۰ ج– ۱۰۰۰۰۰ د– ۱۲۷۰۰۰۰

سؤال ۲– برای اولین بار، در کدام ماه، شرکت **ج**، گوشی تلفن همراه بیشتری نسبت به شرکت ب فروخته است؟

الف– هیچ ماه ب– شهریور ج– مهر د– آبان

[1]– دقت شد که از نام شرکت خاصی استفاده نشود.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

سؤال ۳- مدیر فروش شرکت **ب**، از روند منفی فروش گوشی‌های تلفن همراه این شرکت از مرداد تا آذر، ابراز نگرانی کرده است. اگر روند کاهش فروش ادامه یابد، تخمین شما از میزان فروش گوشی‌های تلفن همراه این شرکت در دی‌ماه، چقدر است؟

الف- ۷۰۰۰ گوشی ب- ۳۷۰۰۰ گوشی ج- ٦۷۰۰۰ گوشی د- ۱۳٤۰۰۰ گوشی

واحد فروش گوشی تلفن همراه با سه سؤال، در مطالعهٔ اصلی اجرا شد. هر سه سؤالِ این واحد، در حیطهٔ محتواییِ عدم قطعیت قرار دارند، زیرا از دانش‌آموزان خواسته‌شده تا داده‌های یک نمودار ریاضی را بخوانند، تفسیر کنند و به‌کارگیرند. هم‌چنین طبق اصول راهنما پیزا، هر سه سؤال، درزمینهٔ شغلی طبقه‌بندی می‌شوند، چون بر بازار کار متمرکزند. فرایند ریاضی در دو سؤال اول، تفسیر کردن، کاربرد و ارزیابی نتایج ریاضی است؛ زیرا این سؤال‌ها، دربرگیرنده تفسیر اطلاعات ریاضی نمایش داده‌شده در نمودار در ارتباط با زمینه مطرح‌شده هستند. فرایند ریاضی در سؤال سوم، به‌کارگیری مفاهیم، واقعیت‌ها، رویه‌ها و استدلال ریاضی است، برای این‌که تمرکز سؤال بر به‌کارگیری دانش رویه‌ای است. در بخش بعد، به صلاحیت‌های شناختی این واحد و میزان پاسخگویی به آن در مطالعهٔ اصلی، پرداخته می‌شود.

در سؤال اول، خواندن صریح داده‌ها از روی نمودار برای جوابگویی به سؤال کافی است. در این سؤال، ابتدا لازم است دانش‌آموزان مشخص کنند که کدام مجموعه داده، نشان‌دهندهٔ‌میزان فروش شرکت تعیین‌شده در سؤال (شرکت **د**) است. سپس مشخص کنند کدام میله، نشان‌دهندهٔ ماه تعیین‌شده (مهر) بین مجموعهٔ داده است. درنهایت، انتظار این سؤال این است که پاسخ‌دهندگان، عدد ۵۰۰۰۰ را از محور عمودی بخوانند. متن این سؤال، به نظر معلمان ساده و روشن است و نیاز به صلاحیت شناختی ارتباطات در آن، ناچیز است. هم‌چنین، صلاحیت راهبرد حل مسئله آن صریح است، زیرا صرفاً یافتن اطلاعات ویژه در نمودار موردنظر است. علاوه بر این، صلاحیت شناختی ریاضی‌وار کردن، نیازمند استنباط مستقیم درباره موقعیت فروش‌هاست که مستقیماً از مدل نموداری قابل انجام است. بازنمایی موردنیاز هم ناچیز است، زیرا پاسخ به سؤال، تنها مستلزم خواندن مقدار فروش به‌طور مستقیم، از روی نمودار است. سطح صلاحیت شناختی برای استدلال هم بسیار پائین است و تنها یک استنباط مستقیم، کافی است. بالاخره، صلاحیت شناختی استفاده از زبان و عملیات نمادین، در حد کمی موردنیاز است

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

و صرفاً، در حد آشنایی با چنین نمودارهایی است. عملکرد دانش‌آموزان در این سؤال نشان می‌دهد که برای دانش‌آموزان، این سؤال، ساده بود و ۹۵٪ آن‌ها پاسخشان درست بود. تنها ٤/٦٪ گزینه‌های نادرست را انتخاب کرده و ۰/۵٪ هم سؤال را بی‌پاسخ گذاشته بودند.

برای پاسخگویی به سؤال دوم، دانش‌آموزان باید رابطهٔ بین دو مجموعه دادهای نشان داده‌شده در نمودار میله‌ای (شرکت **ج** و شرکت **ب**) را مشاهده و چگونگی تغییر رابطهٔ دو مجموعهٔ دادهای موردنظر را در طول زمان، موردتوجه قرار دهند تا بتوانند تشخیص دهند که شروع برقراری شرایط تعیین‌شده در سؤال، از ماه مهر است. عملکرد دانش‌آموزان پاسخ‌دهنده به این سؤال در مقایسه با سؤال اول، پائین تر اما همچنان بالابود. ۷۸٪ پاسخ درست دادند و ۲۱٪ پاسخ نادرست دادند که سهم گزینه نادرستِ د یعنی ماه آبان، حدود ۱۲٪ بود. طبق مشاهدات نویسندهٔ اول در حین اجرای آزمون، بعضی دانش‌آموزان به عبارت «برای اولین بار» در سؤال توجه نمی‌کردند و برداشت آن‌ها از صورت سؤال این بود که هر دو ماه مهر و آبان، می‌توانند پاسخ به این سؤال باشند. بدین سبب می‌توان حدس زد که آن‌هایی که گزینه نادرست «آبان» را برای سؤال انتخاب کردند، صورت سؤال را به‌درستی درک نکرده بودند. کمتر از ۱٪ دانش‌آموزان نیز سؤال را بی‌پاسخ گذاشتند. در این سؤال، صلاحیت شناختی ارتباطات، در حد کمی موردنیاز است. صلاحیت شناختی طراحی راهبرد نسبت به سؤال ۱، بیشتر است، زیرا عناصر چندگانه از دو مجموعهٔ داده‌ها، باید استخراج شوند. صلاحیت ریاضی‌وار کردن، نیازمند استنباط کردن دربارهٔ موقعیت فروش‌ها به‌طور مستقیم و از روی مدل نموداری است. صلاحیت شناختی بازنمایی، در حد متوسط است، زیرا نیازمند پیوند دادن دو مجموعهٔ داده‌ها به هم و لحاظ کردن متغیر زمان، است. نیاز به صلاحیت شناختیِ استدلال، در حد کمی است و توالی محدودی از مراحل استدلال، موردنیاز است. استفاده از زبان و عملیات نمادین، مشابه سؤال ۱ است.

در سؤال سوم، تمرکز بر درک رابطه ریاضی ترسیم‌شده در نمودار و به‌کارگیری این رابطه برای تخمین (پیش‌بینی) مقدار عددیِ میزان فروش شرکت **ب** در دی‌ماه است. یک روش برای پاسخ به این سؤال، خواندن مقدار داده‌ها برای مجموعهٔ داده موردنظر (شرکت **ب**) در هرماه، سپس تخمین مقدار متوسط عددی است که هرماه، کاهش می‌یابد. درنهایت، باکم کردن مقدار تخمینی از آخرین ماه، میزان فروش دی‌ماه مشخص می‌شود. در این سؤال، صلاحیت شناختی

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

ارتباطات، در حد متوسط موردنیاز است. صلاحیت طراحی راهبرد، بیش از دو سؤال ۱ و ۲ و در حد متوسط است، زیرا اجرای آن، مستلزم نظارت بیشتری است. نیاز به صلاحیت ریاضی‌وار کردن، اندک است. منظور از صلاحیت بازنمایی در سؤال سوم، استنباط کردن یک‌روند ترسیم‌شده در نمودار است که در حد متوسطی است. نیاز به صلاحیت شناختیِ استدلال، در حد کمی است. باوجود نیاز به انجام محاسبه، میزان صلاحیت استفاده از زبان و عملیات نمادین اندک است. عملکرد دانش‌آموزان در این سؤال، در مقایسه با دو سؤال اول، کمتر و در حد متوسط بود. ٦١٪ دانش‌آموزان به این سؤال پاسخ درست و ۳۵٪ پاسخ نادرست دادند که سهم گزینه‌های نادرست الف و ج یعنی ۷۰۰۰ گوشی و ٦٧٠٠٠ گوشی به ترتیب، ١٤٪ و ١٧٪ بود و ٤٪ دانش‌آموزان هم سؤال را بی‌پاسخ گذاشتند.

کنسرت راک

در این بخش، واحدِ کنسرت راک بررسی می‌شود که دارای زمینهٔ اجتماعی است و اطلاعاتی را به‌صورت متن و در ارتباط با ویژگی‌های محوطهٔ کنسرت، برای تخمین تعداد افراد حاضر در یک سؤال چندگزینه‌ای، ارائه کرده است. این سؤال با ترجمهٔ زیر، برای دبیران ارسال شد.

سؤال ۱- برای اجرای یک کنسرت موسیقی راک، محوطه‌ای مستطیل شکل در نظر گرفته شد که تماشاچیان، به‌طور ایستاده، به موسیقی گوش دادند (صندلی در محوطه نبود). این محوطهٔ مستطیل شکل، دارای طول ۱۰۰ متر و عرض ۵۰ متر بود. با توجه به این‌که همه بلیت‌های این کنسرت فروخته شد و محوطهٔ کاملاً پرشده بود، به نظر شما کدام‌یک از اعداد زیر، تخمین مناسبی برای تعیین تعداد کل افرادِ حاضر در محوطه است؟

الف- ۲,۰۰۰ ب-۵,۰۰۰ ج- ۲۰,۰۰۰ د-۵۰,۰۰۰ ه-۱۰۰,۰۰۰

بررسی نظرات دبیران ریاضی، نمایانگر مناسب بودن سؤال با توانایی دانش‌آموزان ۱۵ ساله بود، اما به نظر اکثر آن‌ها، بهتر بود که به‌جای گروه موسیقی راک، گروه موسیقی سنتی قرار داده شود. پس محتوای این سؤال با این تغییر، برای اجرا در مطالعهٔ مقدماتی آماده شد.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

در مطالعهٔ مقدماتی، تنها ۲۶٪ دانش‌آموزان پاسخ درست دادند و ۶۵٪، پاسخ نادرست دادند. این بار، به توصیهٔ آن‌ها، زمینهٔ این واحد برای مطالعهٔ اصلی، تغییر نمود. مراحل انجام کار چنین بود که چندین زمینهٔ اجتماعی پرطرفدار که بتوانند جایگزین مناسبی برای کنسرت باشند، انتخاب شد و هرکدام با نظر دبیران یا آموزشگران ریاضی بررسی شد. بالاخره، این جمع‌بندی حاصل شد که در ایران، استقبال از اقشار مهم جامعه مانند ورزشکاران، زمینهٔ اجتماعی مناسبی است و چون یکی از رویدادهای مهم ورزشی اخیر کشور، قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا در سال ۱۳۹۲ بود، زمینهٔ این واحد به محوطه‌ای برای استقبال از اعضای این تیم در بازگشت به ایران، تغییر یافت و عنوان واحد نیز، استقبال شد.

استقبال

سؤال ۱– در بازگشت تیم ملی والیبال ایران پس از کسب مقام قهرمانی آسیا، بسیاری از علاقه‌مندان، برای استقبال از بازیکنان به فرودگاه رفتند. استقبال‌کنندگان، در محوطه‌ای مستطیل شکل به طول ۱۰۰ متر و عرض ۵۰ متر، جمع شدند (صندلی در محوطه نبود). با توجه به این‌که محوطه کاملاً پرشده بود، به نظر شما، کدام‌یک از اعداد زیر، تخمین مناسبی برای تعداد کل افرادِ حاضر در محوطه است؟

الف– ۲,۰۰۰ ب–۵,۰۰۰ ج– ۲۰,۰۰۰ د–۵۰,۰۰۰ ه –۱۰۰,۰۰۰

در این سؤال، اگرچه عناصر مربوط به حیطهٔ محتواییِ فضا و شکل وجود دارد، اما چون محاسباتِ عددی موردنیاز پررنگ‌تر است، سؤال در حیطهٔ محتوایی کمیت قرار دارد. زمینهٔ این سؤال اجتماعی است، چون اگرچه تجربهٔ شخصی قرار گرفتن در محیط‌های پرازدحام در حل این مسئله، نقش دارد، اما وجه اجتماعی آن به تأیید دبیران، غالب است. در این مسئله، هر سه فرایند ریاضی صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر کردن وجود دارد، اما عمده‌ترین فرایندی که دانش‌آموزان را برای حل آن درگیر می‌کند، صورت‌بندی موقعیت‌ها به‌صورت ریاضی است و این کار، معنا بخشیدن به اطلاعات زمینه‌ایِ فراهم‌شده در سؤال یعنی اندازه و شکل محوطه، پر بودن محوطه، نبودن صندلی در محوطه و ترجمهٔ آن‌ها به یک مدل ریاضی، امکان‌پذیر می کند. البته شناسایی یک بخشِ گم‌شده در مسئله که «فضای اشغال‌شده توسط یک نفر یا چند نفر»است، بسیار مهم است که لازم است پاسخ‌دهنده، بر اساس دانش و مفروضات زندگی

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

واقعی، این مقدار را تخمین بزند. با تبدیل مسئله به یک مسئلهٔ ریاضی، پاسخگو نیاز به استفاده از فرایند به‌کارگیری مفاهیم، واقعیت‌ها، رویه‌ها و استدلال ریاضی دارد تا بتواند مساحت محوطه را با مساحت اشغال‌شده توسط یک یا چند نفر، مرتبط کرده و یک مقایسه کمی انجام دهد. بالاخره، دانش‌آموز درگیر فرایند تفسیر کردن، کاربرد و ارزیابی بازده‌های ریاضی می‌شود تا موجه بودن راه‌حل را وارسی نموده و گزینه‌های مناسب را برای پاسخ، انتخاب کند.

در این سؤال، صلاحیت شناختی ارتباطات در حد نسبتاً بالایی است، زیرا نیاز به خواندن و درک متن وجود دارد. هم‌چنین، لازم است اطلاعات «مستطیل شکل بودن و مشخص بودن طول و عرض محوطه»«پر بودن محوطه به‌طور کامل»و «تخمین تعداد افراد حاضر»، همگی درک و تفسیر شوند. صلاحیت شناختی ریاضی‌وار کردن در سطح نسبتاً بالایی قرار دارد، زیرا حل مسئله نیاز به تجسم فضایی است که ممکن است یک شخصِ ایستاده اشغال کند تا بتواند یک مدل ابتدایی مانند زیر ارائه دهد:

تعداد استقبال‌کنندگان مساحت اشغال‌شده توسط یک استقبال‌کننده = مساحت محوطه

برای تعیین چنین مدلی، نیاز به بازنمایی موقعیت به‌طور ذهنی یا تصویری است؛ بنابراین، سطح صلاحیت شناختی بازنمایی در حد متوسط است. صلاحیت طراحی راهبرد هم در سطح متوسطی است، زیرا ضروری است که راهبردی برای حل مسئله ساخته شود. به‌عنوان‌مثال، یک راهبرد می‌تواند شامل تخمین مساحت برای هر فرد و بعد، ضرب کردن آن در تعداد افراد داده‌شده در تمام گزینه‌ها و درنهایت، مقایسه کردن نتایج با شرایط داده‌شده در سؤال باشد. راهبرد دیگر می‌تواند محاسبهٔ مساحت محوطه و تخمین فضای اشغال‌شده توسط یک نفر، به‌منظور مقایسه پاسخ به‌دست‌آمده با گزینه‌های موجود باشد. علاوه بر این‌ها، استفاده از زبان و عملیات نمادین، بر اساس فرض‌های مسئله، در حد محاسبه مساحت است. بالاخره، در صلاحیت شناختی استدلال، نیاز به تفکر دربارهٔ رابطه بین مدل طراحی‌شده و اطمینان از درست انتخاب کردن پاسخ وجود دارد و این نیاز، در حد متوسط است. این سؤال برای دانش‌آموزان، سؤال سختی بود، به‌گونه‌ای که تنها ۱۸/۳٪ پاسخ درست یعنی گزینهٔ ج را انتخاب کردند. درمجموع، حدود ۷٦٪ دانش‌آموزان گزینه‌های نادرست را انتخاب کردند که سهم گزینه ب یعنی ۵۰۰۰، بیش از همه و ۵۳٪ بود. از روی مشاهدات نویسندهٔ اول، می‌توان حدس زد که یکی از

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

دلایل انتخاب این گزینهٔ نادرست، مشکل دانش‌آموزان در تخمین زدن یک مترمربع، برای مساحت اشغال‌شده توسط هر استقبال‌کننده بود. ٦٪ دانش‌آموزان هم سؤال را بی‌پاسخ گذاشتند.

بحث و نتیجه‌گیری

در دهه‌های اخیر، دغدغه‌ای جهانی در ارتباط با تلفیقِ آموزش ریاضی مدرسه‌ای و دنیای واقعی به وجود آمده است (کیزر[1]، ۲۰۱۰). این دغدغه در سند برنامهٔ‌درسی ملی ایران نیز، به‌عنوان یک هدف اساسی در آموزش ریاضی، مبنی بر توانمندسازی دانش‌آموزان در به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره، تجلی‌یافته است (دبیرخانهٔ طرح تولید برنامهٔ‌درسی ملی، ۱۳۹۰). از طرفی، دیدگاه‌های نوین در سنجش و ارزیابی اهداف آموزشی، بر سنجش‌های شناختی تشخیصی به‌منظور ترسیم نیمرخ‌های چندبعدی از صلاحیت‌های شناختی دانش‌آموزان تأکیددارند (لیتون[2] و گیرل، ۲۰۰۷).

در سطح بین‌المللی نیز، مطالعات پیزا در بخش سواد ریاضی، با در نظر گرفتن ایجاد ارتباط بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی، به ارزشیابی آموخته‌های دانش‌آموزان در قالب فرایندهای زیربناییِ موردنیاز برای مدل‌سازی و صلاحیت‌های شناختی زیربنای این فرایندها، پرداخته است. طبق اسناد سازمان همکاری و توسعهٔ اقتصادی (۲۰۱۳ الف)، چارچوب سواد ریاضی در مطالعهٔ پیزا (۲۰۱۲) با راهنمایی یک گروه متشکل از ریاضی‌دانان و متخصصان آموزش ریاضی، سنجش، فناوری و تحقیقات آموزشی از کشورهای مختلف، تهیه‌شده است. به‌علاوه، به‌منظور بازده و بازنگری بیشتر، پیش‌نویس چارچوب سواد ریاضی (۲۰۱۲)، بین بیش از ۱۷۰ متخصص ریاضی[3] از حدود ٤٠ کشور، توزیع شد و تعریف سواد ریاضی و کاربرد ریاضی در زندگی واقعی، موردتوافق متخصصان آموزش ریاضی در مطالعهٔ پیزا قرار گرفت، قابل ذکر است که اغلب متخصصان از کشورها و دانشگاه‌های معتبر دنیا هستند.

این‌ها مؤید این است که مطالعهٔ پیزا نه‌تنها به رویکرد سنجش دانش‌آموخته شده دانش‌آموزان در زندگی واقعی توجه دارد، بلکه زیربنای چارچوب سواد ریاضی آن نیز، مبتنی بر

[1]- Kaiser
[2]- Leighton
[3]- Mathematics Experts

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

سنجش صلاحیت‌های شناختی است. لذا استفاده از چارچوب مطالعات پیزا به‌منظور طراحی و ساخت یک آزمون شناختی، می‌تواند برای نظام‌های آموزشی مختلف در جهان، راهگشا باشد. البته چون زندگی واقعی در کشورهای مختلف، متفاوت است و هر کشوری، علاوه بر عادات و رسومِ فرهنگی خاص، دغدغه‌های زندگی واقعی مربوط به خود را نیز دارد، توصیه می‌شود که در استفاده از چارچوب پیزا، ملاحظات فرهنگی و اجتماعی یک جامعه در نظر گرفته شود و زمینه‌های مناسب برای مسائل کاربردی به‌منظور سنجش سواد ریاضی، انتخاب شوند.

در این پژوهش، با توجه به چنین رویکردی، برمبنای چارچوب مطالعهٔ پیزا و با نظرخواهی از معلمان ریاضی و در نظر گرفتن ملاحظات فرهنگی، اجتماعی و انتظارت واقعی جامعهٔ ایرانی، یک آزمون شناختی تشخیصی، طراحی شد. نتایج تحلیل سؤال‌های اجراشده، نشان داد که در واحد فروش گوشی تلفن همراه، برای سؤال اول، تنها صلاحیت‌های شناختی ریاضی‌وار کردن و استفاده از زبان و عملیات نمادین در سطح کمی نیاز بود و عملکرد دانش‌آموزان در سطح بالایی قرار داشت. در سؤال دوم، هر شش صلاحیت شناختی در سطح کمی لازم بود و مجدداً دانش‌آموزان عملکرد نسبتاً بالایی داشتند. در سؤال سوم، سه صلاحیت شناختی ارتباطات، طراحی راهبرد و بازنمایی در سطح متوسط و سه صلاحیت شناختی ریاضی‌وار کردن، استدلال و استفاده از زبان و عملیات نمادین، در سطح پائینی موردنیاز بود، اما در مقایسه با دو سؤال اول، عملکرد دانش‌آموزان کاهش پیداکرده بود. هم‌چنین در واحد استقبال، تمام صلاحیت‌های شناختی به‌جز استفاده از زبان و عملیات نمادین که سطح آن ناچیز بود، در سطح متوسط موردنیاز بودند، بااین‌حال، کمتر از یک‌پنجم دانش‌آموزان به سؤال پاسخ درست داده بودند.

یافته‌های این مطالعه نشان می‌دهند که هراندازه سطوح صلاحیت‌های شناختی در سؤال‌ها افزایش یابد، عملکرد دانش‌آموزان نیز به همان میزان پائین خواهد بود. این نتایج با یافته‌های ترنر (۲۰۱۲)؛ ترنر و آدامز (۲۰۱۲) و ترنر و همکاران (۲۰۱۳) همخوانی دارد؛ یعنی افزایش سطح صلاحیت‌های شناختی سؤال‌ها، با سطح دشواری سؤالات مرتبط است. پس توجه به ایجاد شش صلاحیت شناختی در دانش‌آموزان برای افزایش توانایی به‌کارگیری دانش ریاضی و درنتیجه، توسعهٔ سواد ریاضی در آنان مهم و ضروری است. به سخن دیگر، هراندازه دانش‌آموزان دارای سطح بالاتری از این صلاحیت‌ها باشند، بهتر می‌توانند دانش ریاضی خود را

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

در حل مسائل زندگی واقعی، به‌کارگیرند؛ بنابراین، پیشنهاد می‌شود که برای افزایش توانمندی ریاضی دانش‌آموزان برای حل مسائل زندگی واقعی، فعالیت‌های کلاسیِ ریاضی، مرتبط با تجارب زندگی روزانه آن‌ها باشد و ایجاد صلاحیت‌های شناختی نیز، در اهداف برنامۀدرسی ریاضی گنجانده شود. این انتظارمی تواند از طریق پیاده کردن تکلیف‌های کاربردی و مدل‌سازی در محتوای آموزشی و آشنا کردن معلمان ریاضی با چنین رویکردی، برآورده شود.



پیوست‌ها:

پیوست (الف)

کوهنوردی

کوه فوجی، یک آتش‌فشان خاموش و مشهور در ژاپن است.

سؤال ۱– کوه فوجی از ۱ جولای تا ۲۷ آگوست[1]، برای کوهنوردان قابل استفاده است. حدوداً ۲۰۰,۰۰۰ نفر در طول این مدت، به قلۀ این کوه صعود می‌کنند. به‌طور متوسط، چند نفر در هرروز، به قلۀ کوه صعود می‌کنند؟

الف– ۳٤۰ ب– ۷۱۰ ج– ۳٤۰۰ د– ۷۱۰۰ هـ – ۷٤۰۰

فرایند: صورت‌بندی، محتوا: کمیت و زمینه: اجتماعی

سؤال ۲– مسیر پیاده‌روی منطقه گوتمباه تا قلۀ کوه، حدود ۹ کیلومتر است. کسانی که در این مسیر پیاده‌روی می‌کنند، باید تا ساعت ۸ شب، از این رفت‌وبرگشت ۱۸ کیلومتری، برگردند.

توشی تخمین می‌زند که به‌طور متوسط، در هر ساعت ۱/۵ کیلومتر از کوه بالا می‌رود و برای پائین آمدن از همین مسیر، به‌طور متوسط سرعتش دو برابر می‌شود. در تخمین این سرعت متوسط، غذا خوردن و اوقات استراحت نیز لحاظ شده است. با استفاده از سرعت‌های تخمینی

[1]– جولای ماه هفتم میلادی است که ۳۱ روز است و آگوست ماه هشتم میلادی است که ۳۱ روز است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

توشی، آخرین زمانی که او می‌تواند حرکتش را به سمت قلهٔ کوه شروع کند، چه ساعتی است تا بتواند ساعت ۸ شب، برگردد.

فرایند: صورت‌بندی، محتوا: تغییر و رابطه و زمینه: اجتماعی

سؤال۳-توشی برای شمردن گام‌هایش، یک گام شمار با خود دارد. گام شمار نشان می‌دهد که او موقع بالا رفتن از کوه، ۲۲,۵۰۰ گام برداشته است. به‌طور تقریبی، متوسطِ طول گام توشی را برای بالا رفتن در فاصله ۹ کیلومتری، حساب کنید. پاسخ خود را برحسب سانتی‌متر بنویسید.

فرایند: به‌کارگیری، محتوا: کمیت و زمینه: اجتماعی

پیوست (ب)

واحد	سؤال	فرایند	محتوا	زمینه
راه‌پله	۱	به‌کارگیری	کمیت	شخصی
صادرات	۱	تفسیر	عدم قطعیت	اجتماعی
	۲	به‌کارگیری	عدم قطعیت	اجتماعی
تانک آب	۱	صورت‌بندی	تغییر و روابط	علمی
زباله	۱	تفسیر	عدم قطعیت	علمی
استقبال	۱	صورت‌بندی	کمیت	اجتماعی
خرید خانه	۱	صورت‌بندی	فضا و شکل	شخصی
	۲	صورت‌بندی	فضا و شکل	شخصی
سوله	۱	تفسیر	فضا و شکل	شغلی
	۲	به‌کارگیری	فضا و شکل	شغلی
کدام ماشین	۱	تفسیر	عدم قطعیت	شخصی
	۲	به‌کارگیری	کمیت	شخصی
	۳	به‌کارگیری	کمیت	شخصی
کشتی دریانوردی	۱	به‌کارگیری	کمیت	علمی
	۲	به‌کارگیری	فضا و شکل	علمی
	۳	صورت‌بندی	تغییر و روابط	علمی
درِ چرخان	۱	به‌کارگیری	فضا و شکل	علمی
	۲	صورت‌بندی	کمیت	علمی
نجار	۱	به‌کارگیری	فضا و شکل	شغلی
سُس	۱	صورت‌بندی	کمیت	شخصی

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

منابع

– دبیرخانه طرح تولید برنامه‌درسی ملی، (۱۳۹۰). *برنامه‌درسی ملی جمهوری اسلامی ایران (طرح جامع تحول بنیادین برنامه‌های درسی و تربیتی)*. نگاشت پنجم. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش‌وپرورش.

– دبیرخانه شورای عالی آموزش‌وپرورش (۱۳۹۲). *مجموعه مصوبات شورای عالی آموزش‌وپرورش*. گردآوری شرکایی اردکانی، جواد، ریاحی نژاد، حسین و رزاقی، هادی. تهران: مؤسسه فرهنگی مدرسه برهان (انتشارات مدرسه).

– رفیع‌پور گتابی، ابوالفضل (۱۳۸۹). *طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه‌ی درسی ریاضی متوسطه در ایران. رساله منتشرنشده دکتری در رشته ریاضی با گرایش آموزش ریاضی*. دانشکده علوم ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.

– کیامنش، علیرضا، صفرخانی، مریم، اقدسی، سمانه، محسن‌پور، مریم، کبیری، مسعود، مهدوی هزاوه، منصوره، خیریه، مریم، سنگری، علی‌اکبر و آتشک، محمد (۱۳۹۰). *بررسی روند تغییرات آموزشی در فاصله زمانی ۱۳۸٦-۱۳۷٤ بر اساس یافته‌های مطالعات بین‌المللی (TIMSS) در ایران و کشورهای منطقه با توجه به هدف‌های سند چشم‌انداز ۲۰ ساله (پایه هشتم)*. طرح مشترک سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی و دانشگاه تربیت‌معلم.

– کیامنش، علیرضا، محسن‌پور، مریم، صفرخانی، مریم و اقدسی، سمانه (۱۳۹۱). روند تغییرات عملکرد ریاضی دانش‌آموزان سوم راهنمایی در فاصله ۱۳۸٦–۱۳۷۸ بر اساس یافته‌های مطالعات بین‌المللی (TIMSS) در ایران و کشورهای منطقه با توجه به هدف‌های سند چشم‌انداز ۲۰ ساله. *فصلنامه مطالعات برنامه‌درسی ایران: ویژه مقالات برنامه‌درسی ریاضی*. سال ششم، شماره ۲٤. صص. ۸۲–۵۹.

– گویا، زهرا (۱۳۹۰). سیر تحول و شکل‌گیری برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران. *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ۱۰٤. صص ۱۱–٤. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

– میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی (۱۳۷۵). *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ٤٦، صص. ۲۳–۱۸. دفتر تألیف و برنامه‌ریزی کتب درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

- Gierl, M. J. Wang, C. & Zhou, J. (2008). Using the Attribute Hierarchy Method to Make Diagnostic Inferences about Examinees' Cognitive Skills in Algebra on the SAT. *The Journal of Technology, Learning, and Assessment*, Vol. 6(6).

- Kaiser, G. (2010). Introduction: ICTMA and the Teaching of Modeling and Applications. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.),

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies (pp. 1-2). New York: Springer Dordrecht Heidelberg.
- Leighton, J. P. & Gierl, M. J. (2007). Why Cognitive Diagnostic Assessment. In J. P. Leighton & M. J. Gierl, *Cognitive Diagnostic Assessment for Education: Theory and Applications* (pp. 3-18). New York: Cambridge University Press.
- OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework-Mathematics, Reading, Science and Problem Solving; Knowledge and Skills*. Paris: OECD Publications.
- OECD (2009a). *PISA 2009 Assessment Framework. Key competencies in reading, mathematics and science.* Paris: OECD Publications.
- OECD (2009b). *Learning Mathematics for Life: A Perspective from PISA.* Paris: OECD Publications.
- OECD (2013a). PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. Paris: OECD Publications.
- OECD (2013b). OECD Programme for International Student Assessment 2012. PISA 2012 RELEASED MATHEMATICS ITEMS. Paris: OECD Publications.
- Rupp, A.A. & Templin, J. (2008). Unique characteristics of diagnostic classification models: A comprehensive review of the current state-of-the-art. Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives, Vol.6 (4), 219-262
- Rupp, A.A. Templin, J. & Henson, R.A. (2010). *Diagnostic Measurement, Theory, Methods, and Applications*. New York: The Guilford Press.
- Stacey, K. (2012). The International Assessment of Mathematical literacy: PISA 2012 Framework and Items. 12th International Congress on Mathematical Education. 8 July – 15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea.
- Turner, R. (2012). Some Drivers of Test Item Difficulty in Mathematics, Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA), 13-17 April 2012, Vancouver, http://research.acer.edu.au/pisa/4/.
- Turner, R. and Adams, R.J. (2012), Some drivers of test item difficulty in mathematics: an analysis of the competency rubric, Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA), 13-17 April 2012, Vancouver, *http://research.acer.edu.au/pisa/7/.*
- Turner, R. Dossey, J. Blum, W. and Niss, M. (2013). Using Mathematical Competencies to Predict Item Difficulty in PISA: A MEG Study. In M. Prenzel, M. Kobarg, K. Schöps and S. Rönnebeck (Eds.), *Research on PISA, Research Outcomes of the PISA Research Conference 2009* (pp. 23–37). New York: Springer Dordrecht Heidelberg.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]