Journal of Theory & Practice in Curriculum
Vol.14 (7); 2020, 261-294

دو فصلنامهٔ **نظریه و عمل در برنامهٔ درسی**
سال هفتم، شمارهٔ ۱۴، پاییز و زمستان ۱۳۹۸، ۲۹۴-۲۶۱

تأثیر استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل کلامی ریاضی[۱]

The Effects of Using Diagram-drawing Strategy on Solving Mathematical Word Problems

دکتر مجید حق وردی،[۲]، دکتر زهرا گویا [۳]

M.Haghverdi(Ph.D), Z.Gooya(Ph.D)

چکیده: هدف این پژوهش، بررسی تأثیر استفاده از راهبرد رسم شکل (ترسیم) بر موفقیت دانش-آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی در پایه دهم بود و از بین انواع ترسیم‌های توصیه شده توسط محققان مختلف، ترسیم/ شکل‌های سه‌گانه «شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسی» معرفی شده توسط نوویک و هرلی (۲۰۰۱) برای طراحی ابزار استفاده شد. شرکت‌کنندگان در این پژوهش، ۴۰ دانش‌آموز پایه دهم از یکی از شهرهای استان مرکزی بودند. داده‌ها از طریق دو آزمون شامل شش مسئله کلامی یکسان و در فاصله یک هفته، جمع‌آوری شدند، با این تفاوت که در آزمون دوم، برای هر یک از شش مسئله، یکی از انواع شکل-های‌سه‌گانه، اضافه شد. نتایج به دست آمده نشان داد که به غیر از ترسیم‌های ماتریسی، دو نوع دیگر تأثیری بر بهبود حل مسئله کلامی دانش‌آموزان نداشتند. پس لازم است که برای حل مسئله کلامی، بر انتخاب شکل/ ترسیم متناسب که به درک صورت مسئله کمک کند، توجه و تمرکز شود.

واژگان کلیدی: رسم شکل، راهبرد حل مسئله، شکل‌های شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی، ماتریسی.

Abstract: The purpose of this research was to investigate the effects of using diagram-drawing strategy on solving mathematical word problems among 10th graders in Iran. The sample for this study included 40 students. The data was collected through a test consisting of six problems. For this test, three types of diagrams, namely network, hierarchy and matrix, were applied. The test was administered twice; first time without diagrams and second time after one week, adding diagrams to the test. The effects of three types of diagrams on solving word problems, was investigated. The results showed that, the only one that made a significant effect on students' improvement of solving problems, was matrix diagrams. The research suggested that the appropriateness of diagrams in relation to the structure of problem is crucial. This implies that only adding diagrams to word problems, do not guaranty the students' improvement in word problem solving.

Keywords: Diagram Drawing, Problem Solving Strategy, Network, Hierarchy & Matrix Diagrams.

۱. تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۱۱/۰۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۱۷

۲. استادیار آموزش ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک(مسئول مکاتبات) ، رایانامه : majid_haghverdi@yahoo.com

۳.استاد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی ، رایانامه : zahra_gooya@yahoo.com

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

مقدمه

حل موفقیت‌آمیز مسئله ریاضی، مستلزم درک روابط ریاضیِ موجود در مسئله، شناخت داده‌ها و درک مفاهیم و روابط ریاضی در آن است که استفاده از بازنمایی‌های ذهنی- بصری در آن، اهمیت دارند (جوناسن[1]، ۲۰۰۳؛ گولدین و کاپوت[2] ۱۹۹۶). همچنین، هگارتی و کوزیووینکو[3] (۱۹۹۹) نشان دادند که با توجه به این اهمیت، می‌توان چگونگیِ استفاده مناسب از انواع بازنمایی‌های بصری را به عنوان یک راهبرد برای حل مسائل کلامی ریاضی، به دانش‌آموزان آموزش داد. این یافته‌ها، همسو با نتایج دو تحقیق قبلی است که نشان دادند دانش‌آموزان، معانی بسیاری از مفاهیم ریاضی را از طریق تجربهٔ بازنمایی‌های بصری درک می‌کنند (لش[4] و همکاران ۱۹۸۷ و سیرپینسکا[5] ۱۹۹۲). علاوه بر اینها، «شورای ملی معلمان ریاضی[6]» نیز با دوباره‌نگری در «استانداردهای برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای» (۱۹۸۹)، استاندارد «بازنمایی[7]» را به «اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای» (۲۰۰۰) افزودند و بر اهمیت استفاده از بازنمایی‌های بصری در یادگیری ریاضی و حل مسئله، تأکید نمودند. بدین سبب، مطالعات متعددی در مورد به‌کارگیری رسم‌ها[8] به عنوان یکی از انواع بازنمایی‌های بصری در حل مسائل

[1] Jonassen
[2] Goldin and Kaput
[3] Hegarty and Kozhevnikov
[4] Lesh
[5] Sierpinska
[6] National Council of Teachers of Mathematics: NCTM
[7] Representation
[8] در پیشینه مرتبط با استفاده از «راهبرد رسم شکل در حل مسائل کلامی ریاضی»، با اندکی تساهل و تسامح، واژه‌های گراف (Graph)، رسم (Drawing) و دیاگرام (Diagram)، معادل هم در نظر گرفته شده‌اند. با این توجیه، در این مقاله نیز هر جا از واژه «رسم» استفاده شده، منظور یکی از این سه واژه بوده است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

ریاضی، انجام شد که نتایج برخی از آنها، وجود ارتباط معناداری بین توانایی درک فضایی و عملکرد ریاضی دانش‌آموزان را نشان داد (ویکیری[1]، ۲۰۰۲). نتایج این پژوهش‌ها حاکی از این هستند که نمایش یک مسئله به کمک یک شکل یا نمودار، موجب تسهیل در جمع‌آوری و شکل‌دهی اطلاعاتِ مرتبط به مسئله و توجه به «ارتباط-واتصال[2]» بین آنها می‌شود. این یافته‌ها، کاربرد شکل‌ها/ رسم‌ها را به عنوان یکی از مؤثرترین راهبردهای حل مسئله ریاضی، در کانون توجه قرار داد (همبری[3] ۱۹۹۲ ، یوساکا[4] و همکاران، ۲۰۰۷). یک نمونه بارز از اهمیت دادن به این راهبرد، استفاده مکرر از آن در کلاس‌های درس و در دوره‌های مختلف تحصیلی توسط معلمان است، در صورتی که بسیاری از دشواری‌های مطرح شده توسط معلمان در حل مسائل کلامی ریاضی دانش‌آموزان، ریشه در فهمیدن نادرست صورت مسئله دارد (حق‌وردی، ۱۳۹۳.)

با یافته‌های متنوع و گاهی متناقضی که در این زمینه به دست آمد، دایزمن و انگلیش[5] (۲۰۰۱) در پژوهشی که برای ریشه‌یابی این تناقض انجام دادند، به این نتیجه رسیدند که انتخاب «زمان مناسب» برای استفاده از راهبرد رسم شکل/ رسم، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و نیازمند انجام تحقیقات بیشتری در این حوزه است. همچنین در یافته-هایشان تأکید کردند که داشتنِ دانش مناسب در مورد انواع بازنمایی‌ها، روش‌های استدلالی و راهبردهای حل مسئله، به تنهایی برای استفادهٔ مؤثر از رسم شکل‌ها در حل مسئله، کافی نیست.

[1] Vekiri
[2] Connection
[3] Hembree
[4] Uesaka
[5] Diezmann and English

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

پیشینهٔ پژوهش

انگلیش (۱۹۹۶) در پژوهشی در ارتباط با حل مسائل کلامی، به این نتیجه رسید که بسیاری از مسائل ریاضی و به خصوص مسائل کلامی، با انجام محاسبات معمولی قابل حل نیستند و به استفاده از یک راهبرد خاص مانند «رسم شکل» نیاز دارند. آنگاه در ادامه این پژوهش، انگلیش با همکاری دایزمن (۲۰۰۱) دریافتند که توانایی انتخاب شکل/ تصویری که مناسب با موقعیت مسئله باشد و به کارگیری درست آن، می‌تواند ابزاری قدرتمند در راستای ارتقای تفکر ریاضی و بهبود حل مسئله باشد. در همین راستا، پژوهشگران دیگری در تحقیقات خود، نشان دادند که بازنمایی‌های تصویری[1]، نقش مهمی در درک مفاهیم و فرایند حل مسئله در دوره ابتدایی و متوسطه دارند (گولدین ۲۰۰۲؛ ون‌گاردن و مونتاگو ۲۰۰۳؛ مونز و همکاران، ۲۰۱۳؛ کِی و کلارک، ۲۰۱۸). اهمیت استفاده از این راهبرد در حل مسائل کلامی، انگیزه انجام پژوهش‌های متنوعی در سه دهه ۹۰ تا ۲۰۱۰ بوده و هست و یافته‌های آن پژوهش‌ها، گاهی توسط پژوهشگران دیگری به چالش کشیده شده است. برای نمونه، کلاین[2] و همکاران (۱۹۹۸) قبلاً به این نتیجه رسیده بودند که در ریاضی پایه دوم دوره ابتدایی، استفاده از محور اعداد به عنوان یک مدل قوی برای نمایش اعداد، در یادگیری جمع و تفریق اعداد تا ۱۰۰ توسط کودکان، نقش مهمی ایفا می‌کند. در صورتی که چند سال بعد، گاگاتیز و الیا[3] (۲۰۰۴) نشان دادند که محور اعداد، از یک مدل هندسی شامل یک تبادل پیوسته بین بازنمایی هندسی و حسابی تشکیل شده است که بر اساس بعد

[1] منظور بازنمایی‌های Visual یا Pictorial است که اغلب، به صورت معادل هم استفاده شده‌اند و در این مقاله به دلیل رسم شکل‌ها که بیشتر جنبه «تصویر» دارند، معادل «بازنمایی تصویری» انتخاب شد.

[2] Klein

[3] Gagatsis and Elia

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

هندسی، اعداد نمایش داده شده بر محور، متناظر با بردارها هستند. ولی از بعد حسابی، اعداد متناظر با نقطه‌های روی محورند. در نتیجه، حضور هم‌زمان این دو نوع مفهوم‌سازی، ممکن است تأثیرپذیری محور اعداد را محدود کند و عملکرد مورد انتظار دانش‌آموزان را در انجام تکلیف‌های حسابی، به تأخیر اندازد. این یافته، هشداری جدی است که نمی‌توان یا نباید یافته‌های پژوهشی را بدون در نظر گرفتن سایر ابعاد آنها، تجویز نمود و شناخت انواع راهبردها و دسته‌بندی‌شان، کارآمدیِ استفاده به‌جا و به‌موقع آنها را بیشتر می‌کند که در ادامه، به این وجه از بحث، پرداخته می‌شود.

الف) دسته‌بندی شکل‌ها/ رسم‌ها[1]

کارنی و لیون[2] (۲۰۰۲)، انواع شکل‌هایی را که می‌توان از آنها به عنوان راهبرد حل مسئله استفاده کرد، معرفی کردند. از نظر این دو پژوهشگر، این شکل‌ها شامل «تزیینی[3]»، «بازنمایی[4]»، «سازمانی[5]»، «تفسیری[6]» و «تبدیلی[7]» هستند. علاوه بر این، ویکیری (۲۰۰۲) هم در تحقیق خود، به معرفی چهار نوع تصویر «گرافیکی»، «شکلی»، «نموداری» و «نقشه‌ای و جدولی» برای اعداد پرداخت و توضیح داد که این شکل‌ها، بازنمایی‌های ساختاری هستند که می‌توانند در تشخیص ساختار اصلی یک مسئله، به -

[1] پیشینه پژوهشی این حوزه نشان می‌دهد که استفاده از واژه‌های «شکل»، «رسم»، «نمودار»، «ترسیم» و نظایر آن، با اندکی تساهل و تسامح، به یک معنا و تحت عنوان «راهبرد رسم شکل» صورت گرفته و برای حفظ امانت، به همان ترتیب نیز در این مقاله، مورد ارجاع قرار گرفته‌اند.

[2] Carney and Levin
[3] Decorative pictures
[4] Representational
[5] Organizational
[6] Interpretational
[7] Transformational

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

حل‌کننده مسئله کمک کنند. پس از آن، گاگاتیز و الیا (۲۰۰۴)، «تصویرهای اطلاعاتی[1]» را به انواع بالا اضافه کردند و بعد در پژوهشی، به بررسی نقش شکل‌های تزیینی و اطلاعاتی در حل مسائل کلامی پرداختند. به باور آنها، شکل‌های تزیینی، اطلاعات ضروری را درباره حل مسئله، به دانش‌آموزان ارائه نمی‌دهند، در صورتی که تصویرهای اطلاعاتی، این کار را می‌کنند و استفاده هم‌زمان از آنها، کمک مؤثری به حل مسئله توسط دانش‌آموزان می‌کند. در واقع، آنان انواع شکل‌ها/ رسم‌ها/ نمودارها را زیر چتر وسیع‌تری به نام راهبردهای «رسم شکل» برای حل مسئله قرار دادند و با تحقیقشان نشان دادند که بازنمایی‌های تصویری، می‌توانند به صورت «مستقل[2]» یا «کمکی[3]» نیز در فرایند حل مسئله، مورد استفاده واقع شوند، زیرا به بازنمایی اطلاعاتِ مربوط به مسئله کمک می‌کنند و به این دلیل، نقشی اساسی در حل مسئله‌های کلامی دارند.

در مطالعه دیگری، دایزمن (۲۰۰۵) توانایی دانش‌آموزان را در پایه‌های سوم و پنجم دوره ابتدایی در رابطه با چگونگی انتخاب نوع شکل متناسب با یک مسئله ریاضی، مورد بررسی قرار داد. این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان پایه سوم، قادر نبودند که شکل‌های مناسب را برای مسائل کلامی که قصد حل آنها را داشتند، انتخاب کنند. وی در نتیجه‌گیری خود، توصیه نمود که لازم است دانش‌آموزان، توانایی انتخاب شکل مناسب را برای انواع مسئله‌های کلامی پیدا کنند و به اندازه کافی، قادر به توجیه انتخاب خود باشند. بدین سبب وی، رسم شکل را یک راهبرد «استراتژیک» معرفی نمود که «هدف‌گرا»ست و موجب پیشرفت و بهبود سازماندهی دانش می‌شود و

[1] Informational pictures
[2] Autonomous
[3] Auxiliary

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

یادگیری را ارتقا می‌دهد. بدین معنا که دانش‌آموز با رسم یک شکل مناسب، می‌تواند مفهومِ ارائه شده در صورت یک مسئله کلامی را درک نموده و اقدام به حل آن کند.

ب) انتخاب شکلِ مناسب برای حل مسئله‌های کلامی

با توجه به این یافته‌ها در مورد اهمیت و ضرورت انتخاب راهبرد مناسب از بین انواع «رسم شکل»ها در حل مسئله ریاضی، دایزمن (۲۰۰۵) در پژوهش بعدی خود، گام دیگری به جلو برداشت و به بررسی این موضوع از دیدگاه شناختی پرداخت و توانست سه مزیت شناختی مهم را برای استفاده از شکل در حل مسئله به شرح زیر، شناسایی کند.

- نخستین مزیت شناختی این است که «شکل‌ها به درک ساختار مسئله کمک می‌کنند که این درک، گامی مهم به سوی یک راه حل موفقیت‌آمیز است». او توضیح می‌دهد که «ساختار از عناصری تشکیل یافته که مسئله حل‌کن در یک موقعیت، آن را مشخص می‌کند، بین آن عناصر ارتباط برقرار می‌کند و نسبت به آن عناصر و روابط، شناخت پیدا می‌کند». بنابراین انتخاب شکل مناسب با موقعیت مسئله و چگونگی به کارگیری آن، نمودی از توانایی درک و حل مسئله توسط دانش‌آموز است.
- دومین مزیت شناختیِ «شکل» به عنوان یک نظام «استنباطی[1]»، ظرفیت «تولید دانش» است. این ویژگی قبلاً توسط انگلیش (۱۹۹۶) به این صورت بیان شده بود که «شکل‌های خاص، می‌توانند ساختار مسائلِ برخوردار از شباهت ساختاری را، بازنمایی کنند»، بدین معنی که کاربرد شکل‌های خاص در

[1] Inference-making

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

موقعیت‌های مسئله، به توانایی دانش‌آموزان در مواجهه با ساختارهای مشابه و ساختارهای دشوار، بستگی دارد. پس از این، نوویک (۱۹۹۸)، دریافت که اغلب مسئله‌حل‌کن‌های تازه‌کار، در تشخیص مسائلی که از نظر ساختاری مشابه‌اند، ولی صورت‌بندی ظاهری‌شان با هم متفاوت است، مشکل دارند و به این نتیجه رسید که شکل‌ها این امکان را فراهم می‌کنند تا دانش‌آموزان، به جای توجه صِرف به ویژگی‌های ظاهری مسائل، بر ویژگی‌های ساختاری آنها نیز متمرکز شوند.

- سومین مزیت شناختی این است که شکل‌ها، مکمل و تقویت‌کننده استدلال-های کلامی و بصری/ فضایی‌اند؛ استدلال‌هایی که به گفته بوث و توماس (۲۰۰۰)، دربرگیرنده مهارت‌های ذهنی مربوط به فهم و درک، خلاقیت، سازماندهی مجدد و تفسیر روابط بصری هستند.

همچنین، ون‌متر و گارنر[1] (۲۰۰۵) بر استفاده از انواع شکل‌ها یا «ترسیم‌ها» به عنوان یک راهبرد برای بهبود یادگیری و حل مسئله، تأکید نمودند و در تحقیق بعدی خود، ون متر و همکاران (۲۰۰۶)، «نظریه تولید ترسیم[2]» را معرفی کردند که بر اساس آن، یادگیرندگان با استفاده از اطلاعات موجود در مسئله، به ترسیم شکل‌های مناسب برای حل مسئله می‌پردازند. باور این پژوهشگران در تبیین این نظریه این بود که انتخاب به‌جا و استفاده به‌موقع از ترسیم‌ها توسط دانش‌آموزان، نشان‌دهنده فهم درست آنان از انواع راهبرد رسم شکل است و باعث ارتقای یادگیری‌شان می‌شود.

[1] Van Meter and Garner
[2] Generative theory of drawing construction

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

از طرف دیگر، برندز و ون‌لی‌شات[1] (۲۰۰۹) در پاسخ به این پرسش که «چه نوع ترسیم‌هایی به درک عمیق‌تر مسائل کلامی ریاضی کمک می‌کنند»، به شناسایی انواع دیگری از شکل‌ها/ ترسیم‌ها پرداختند. آنان چهار نوع ترسیم را به صورت «شکل تنها[2]» بدون اطلاعاتی بر روی آن، «ترسیم بی‌فایده[3]»، «ترسیم مفید[4]» و «شکل ضروری[5]» دسته‌بندی نموده و ویژگی هر کدام را توصیف کردند. برای مثال، آنان تفاوت اصلی بین ترسیم‌های بی‌فایده و ترسیم‌های مفید را در این دانستند که اولی، حاوی اطلاعات بصریِ غیرمرتبط است، درحالی که دومی، اطلاعات عددی را از متن مسئله، به دست می‌دهد. کسیکوز[6] و همکاران (۲۰۱۲) نیز به بررسی تأثیر ترسیم‌ها در توسعه توانایی حل مسائل کلامی دانش‌آموزان پایه سوم دوره ابتدایی در مجارستان پرداختند. آنها در پژوهش خود، به بررسی نقش بازنمایی‌های تصویری به عنوان یک راهبرد برای حل مسائل کلامی پرداختند و نتیجه گرفتند که بازنمایی‌های تصویری از جمله شکل‌ها، ابزار مفیدی برای حل مسئله توسط دانش‌آموزان است.

پ) شکل‌های شبکه‌ای[7]، شکل‌های سلسله‌مراتبی[8] و شکل‌های ماتریسی[9] معرفی شده توسط نوویک و هرلی[10]

[1] Berends and Van Lieshout
[2] Bare picture
[3] Useless
[4] Helpful
[5] Essential illustrations
[6] .Csikos
[7] Network
[8] Hierarchy
[9] Matrix
[10] Novick and Hurley

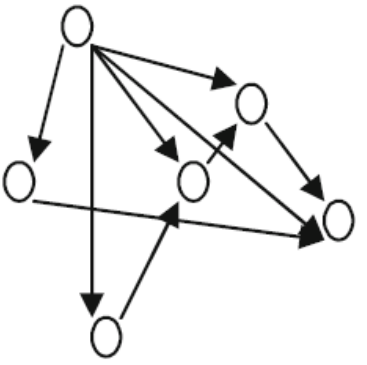
[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

بررسی پیشینه پژوهشی در این حوزه، نشان می‌دهد که در بین تقسیم‌بندی‌هایی که برای انواع شکل‌ها/ تصویرها زیر چتر بزرگ‌تر «راهبرد رسم شکل» انجام شده، سه دسته شکل معرفی شده توسط نوویک و هرلی (۲۰۰۱)، کاربرد وسیع‌تری در حل مسائل کلامی ریاضی یافته است. زیرا این دو در تحقیقشان به این جمع‌بندی رسیدند که این سه دسته شکل، می‌توانند اشتراک ساختاریِ مسئله‌ها را در بین موقعیت‌های به ظاهر متفاوت ولی با ساختار مشابه را، آشکار سازند و بدین سبب، پراستفاده و پرکاربرد خواهند بود. این سه دسته شکل عبارت از «شکل‌های شبکه‌ای»، «شکل‌های سلسله-مراتبی» (نمودار درختی) و «شکل‌های ماتریسی» که به گفتهٔ ایشان، استفاده از هر دسته، بستگی به موقعیت‌های مختلف مسئله‌های کلامی ریاضی دارد. در پژوهش دیگری، نوویک (۲۰۰۶) توصیف مبسوط‌تری از این سه دسته شکل ارائه داد که در این بخش، به اختصار معرفی می‌شوند. مثال‌هایی هم که برای هر دسته شکل آورده شده، برگرفته از پژوهش پانتزی‌آرا[1] و همکاران (۲۰۰۹) است.

شکل‌های شبکه‌ای؛ ارتباط و اتصال بین اطلاعات مسئله را نشان می‌دهند و معلوم می-کنند که چگونه مسیرهای چندگانه‌ای از یک گره به گره دیگر، وجود دارد (شکل ۱)

[1] Pantziara

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]



شکل ۱: شبکه ای

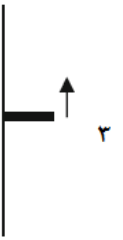
مثالی از یک مسئله همراه با شکل شبکه‌ای، در مطالعه پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹) به صورت زیر بیان شده است:

آندریاس در یک پله از نردبان ایستاده و در حال تمیز کردن پنجره ساختمان است. او برای

تمیز کردن باقی پنجره‌ها، سه پله بالا می‌آید. بعد برای تمیز کردن پنجره‌های دیگر، پنج

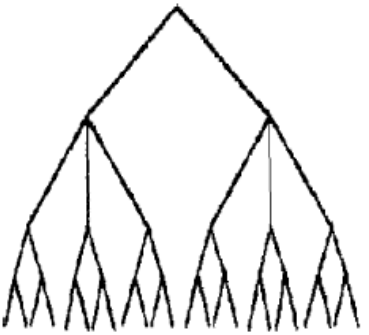
پله پایین می‌رود. سپس او برای تمیز کردن بقیه پنجره‌ها هفت پله بالا می‌آید و در پله

نهمِ نردبان قرار می‌گیرد. وی هنگام شروع تمیز کردن پنجره‌ها، در کدام پله بوده است؟



[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

شکل‌های سلسله‌مراتبی (نمودارهای درختی)؛ نمونه‌هایی از ساختارهای مرتبط است که بر اساس اولویت، روابط بین انواع مختلف را نمایش می‌دهد. در این نوع شکل‌ها، ساختار از یک نقطه شروع می‌شود و به شاخه‌هایی با سطوح مختلف ختم می‌شود، به طوری که در شکل ۲ دیده می‌شود که برای هر دو گره، تنها یک مسیر از یکی به دیگری وجود دارد.

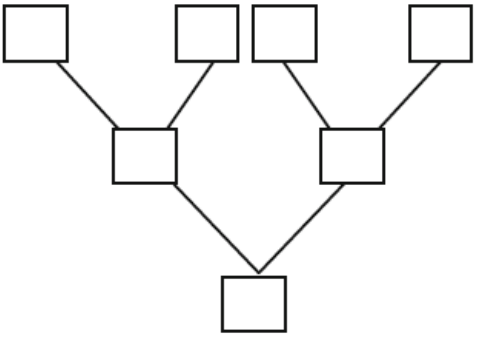


شکل ۲: سلسله مراتبی

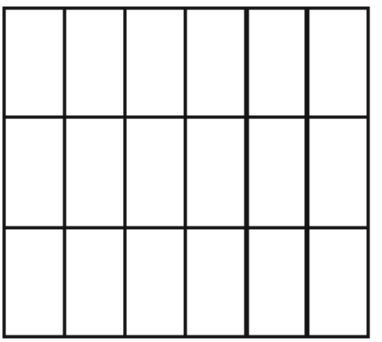
مثال زیر، مربوط به مسئله کلامی همراه با شکل سلسله‌مراتبی است. (پانتزی‌آرا و همکاران، ۲۰۰۹):

چهار تیم در مسابقات حذفی والیبال به رقابت پرداختند. تیم A تیم B را شکست داد و تیم C از تیم D شکست خورد. اگر تیم D بازی نهایی را از دست بدهد، کدام تیم برنده می‌شود؟

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]



شکل‌های ماتریسی؛ اطلاعات ثابتی درباره انواع ارتباط و اتصال‌های موجود در دو مجموعه مختلف را نمایش می‌دهد و هر سلول، نقطهٔ تقاطع مربوط به ترکیب مقدار i روی یک متغیر و مقدار j بر روی متغیر دیگر را نشان می‌دهد.



شکل ۳: ماتریسی

مردی سه نوعِ مختلف بستنی قیفی را در سه اندازه[1] کوچک، متوسط و بزرگ و چهار طعم توت فرنگی، شکلاتی، وانیلی و فندقی می‌فروشد. او چه تعداد ترکیب‌های مختلف از بستنی قیفی‌ها و طعم‌ها را می‌تواند به خریداران عرضه کند؟ (پانتزی‌آرا و همکاران، ۲۰۰۹)

[1] در مقاله پانتزی‌آرا و همکاران از انواع رنگ قیف‌ها استفاده شده است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

اندازه قیف/ طعم	توت-فرنگی	شکلاتی	وانیلی	فندقی
کوچک				
متوسط				
بزرگ				

جدول (۱)، ویژگی‌های منحصر به فرد هر یک از این سه نوع شکل را که توسط پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹) شناسایی شده‌اند، به تفکیک نشان می‌دهد.

جدول (۱): ویژگی‌های سه نوع شکل شبکه‌ای، سلسله مراتبی و ماتریسی پانتزی‌آرا و همکاران، ۲۰۰۹)

ویژگی ها	شبکه‌ای	سلسله‌مراتبی	ماتریسی
ساختار عمومی	ساختار رسمیِ از پیش تعریف‌شده‌ای ندارد.	بر روی سطوحی سازماندهی شده که از یک نقطهٔ ساده به عنوان مبدأ شروع می‌شود و به شاخه‌هایی با سطوح مختلف، ختم می-شود.	برای هر متغیر (مانند X)، متغیر دیگری (مانند Y) وجود دارد که دارای مقادیر مشترکی باشند
تعداد مجموعه‌ها	مجموعه‌ای از اطلاعات است.	محدودیتی برای تعداد مجموعه‌هایی از اطلاعات، وجود ندارد.	شامل دو مجموعه از اطلاعات است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

ویژگی ها	شبکه‌ای	سلسله‌مراتبی	ماتریسی
محدودیتِ ارتباط و اتصال‌ها نوع ارتباط و اتصال	ممکن است ارتباط مستقیمی بین گره‌ها در یک سطح یکسان یا بین گره‌ها در سطوح غیرمجاور، وجود نداشته باشد	هر گره‌ای، ممکن است به هر گره دیگر مرتبط باشد (یعنی محدودیتی وجود ندارد.)	مقادیر در بُعد یکسان (یعنی سطر یا ستون یکسان)، ممکن است با هم مرتبط نباشند.
ارتباطات پیوندی به صورت «یکی به چندتا»، «چندتا به یکی»، یا «هر دو»	بین هر دو گره، ارتباطی انعطاف‌پذیر وجود دارد	یک گره، حداقل به دو گره دیگر با ارتباط‌های جهت‌دار، افزایش می‌یابد.	یک سلول، نقطه تقاطعِ مربوط به ترکیب مقدار i روی یک متغیر و مقدار j بر روی متغیر دیگر را نشان می‌دهد.
عرض مسیرهای ممکن	بین هر دو رابطه، پیوندی وجود دارد.	هر یک از این دو رابطهٔ پیوندی، می‌تواند وجود داشته باشد، اما هر دو به طور هم‌زمان، نمی‌توانند واقع شوند.	پیوندهای مرتبط با هریک از مقادیرِ سطح و ستون، بیانگر رابطه یک به چند یا چند به یک در ماتریس‌هاست. اما لازم است که این ارتباط‌ها از طریق بازنمایی‌ها، قابل فهم و قابل دسترس هم باشند.
مسیرهای ممکن	مسیرهای چندگانه از یک گره به گره دیگر، امکان‌پذیر است	برای هر جفت از گره‌های A و B، تنها یک مسیر از یکی به دیگری وجود دارد.	در بازنمایی، مسیری وجود ندارد.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

ت) کاربرد شکل‌ها در حل مسائل کلامی

هایزنبرگ و دریفوس (۱۹۹۱) در تبیین توانایی دانش‌آموزان در کاربرد شکل‌ها، بی‌رغبتی آنان در استفاده از بازنمایی‌های بصری در ریاضی رسیدند، اما به دلیل آن نپرداختند. ولی پس از گذشت بیش از یک دهه، کای و لستر[1] (۲۰۰۵) با تمرکز بر نحوهٔ استفادهٔ معلمان از شکل/ تصویر در یک مطالعه تطبیقی، دریافتند که تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین معلمان چینی و معلمان آمریکایی در چگونگی استفاده از بازنمایی‌ها حین تدریسِ حل مسئله‌های کلامی ریاضی به دانش‌آموزان، وجود دارد. مطالعهٔ آنان نشان داد که معلمان چینی، برای نشان دادن روابط کمّی به دانش‌آموزان برای حل مسائل کلامی، بازنمایی‌های بصری را بر بازنمایی‌های کلامی ترجیح می‌دهند و در مقابل برای معلمان آمریکایی، استفاده از بازنمایی‌های نمادین در تدریس حل مسائل کلامی، نسبت به بازنمایی‌های بصری، برتری دارد و احتمال دادند که یکی از دلایل عدم رغبت دانش-آموزان در کاربرد رسم شکل، همین تأکید بر استفاده از بازنمایی‌های نمادین باشد.

ث) جمع‌بندی

بررسی پیشینه پژوهش در حوزه استفاده از رسم شکل در حل مسائل کلامی ریاضی نشان داد که ابتدا نوویک و هرلی (۲۰۰۱)، سه دسته از شکل‌های شبکه‌ای، سلسله-مراتبی و ماتریسی را معرفی کردند که بعدها در مطالعات دیگری، از آنها استفاده شد. دایزمن (۲۰۰۵) نیز به کمک اسن سه دسته شکل، به مطالعهٔ توانایی دانش‌آموزان پایه های سوم و پنجم ابتدایی در انتخاب شکل مناسب برای بازنمایی ساختار مسائل کلامی ریاضی پرداخت و به این نتیجه رسید که آنان در این مورد، با دشواری‌های جدی مواجه

[1] Cai and Lester

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

هستند. همچنین پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹)، دشواری‌های دانش‌آموزان پایه ششم را در به‌کارگیری این سه دسته شکل هنگام حل مسائل غیرمعمولیِ[1] ریاضی، مورد بررسی قرار دادند. چند سال بعد، هرلی و نوویک (۲۰۱۰) چگونگی قرار دادن اطلاعات مسائل کلامی را در بخش‌های مختلف این سه دسته شکل، مطالعه کردند. بالاخره، فگننت و ولاسیس[2] (۲۰۱۳) تأثیر استفاده از دو نوع «بازنمایی طرحواره‌ای[3]» (شامل انواع شکل‌ها در مقابل «ترسیم‌های طرحواره‌ای[4]») را بر حل مسائل کلامیِ حساب توسط دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی، بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که در حل مسائل کلامی جدید، بازنمایی طرحواره‌ای، تأثیر مثبتی بر عملکرد دانش‌آموزان دارد.[5] این پژوهش‌ها نشان داد که در مواقع بسیاری، دانش‌آموزان می‌توانند به کمک شکل‌های مختلف، اطلاعات مسائل کلامی را بازنمایی کنند و بدین طریق، درک بهتری پیدا کرده و راه‌حل مناسبی برای آن مسائل بیابند.

روش پژوهش

این تحقیق از نوع توصیفی انجام شد و هدف آن، بررسی میزان اثربخشی هریک از سه شکل شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسیِ معرفی شده توسط نوویک و هرلی (۲۰۰۱)، بر فرایند حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایهٔ دهم در ایران بود.

---

[1] Nonroutine
[2] Fagnant & Vlassis
[3] Schematic Representation
[4] Schematic Drawings
[5]. به منظور آشنایی با تعریف ترسیم طرحواره های و مشاهده نمونه های آن، به مطالعه ویلایز و فوزون(۱۹۹۸) مراجعه شود.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

الف) شرکت‌کنندگان در پژوهش

این پژوهش در یکی از شهرهای استان مرکزی انجام شد. با توجه به هدف پژوهش، مسئولان سازمان آموزش و پرورش آن شهر توصیه کردند که برای انتخاب شرکت-کنندگان در پژوهش، از مدرسه‌های دو انتهای طیف طبقاتی «برخوردار» و «غیربرخوردار» پرهیز شود و تمرکز، بر مدرسه‌های «نیمه‌برخوردار» باشد. بدین سبب قرار شد که پس از هماهنگی با مسئولان یکی از مدرسه‌هایی که از نظر سازمان آموزش و پرورش[1] «نیمه‌برخوردار» محسوب می‌شد، پژوهش انجام شود. بعد از هماهنگی با یکی از این مدرسه‌ها که تنها یک کلاس پایه دهم با ۴۰ دانش‌آموز داشت و معلم ریاضیِ کلاس هم اجازه انجام پژوهش را در کلاسش داد، از دانش‌آموزان دعوت شد که در صورت رضایت، در آن مطالعه شرکت کنند.

ب) ابزار جمع‌آوری داده‌ها

ابزار جمع‌آوری داده‌ها، یک آزمون شامل شش مسئله کلامی ریاضی بود که از نظر ساختاری، بر اساس چارچوب ارائه شده توسط نوویک و هرلی (۲۰۰۱) طراحی شدند. این چارچوب، سه دسته شکل‌های شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسی را معرفی کرده که آزمون‌ها حول محور آنها شکل گرفت. همچنین از نظر موضوعی، مسائل آزمون‌ها، مشابه مسائل موجود در کتاب درسی ریاضی پایهٔ دهم بود که دانش‌آموزان با آنها آشنا بودند. با توجه به این چارچوب و محتوای ریاضی پایهٔ دهم، مسئله‌ها به گونه‌ای طراحی شدند که دو مسئله با شکل‌های شبکه‌ای، دو مسئله با شکل‌های سلسله‌مراتبی و دو مسئله با شکل‌های ماتریسی قابل حل باشند. روش اجرا بدین ترتیب بود که ابتدا به

[1] مسئولان سازمان آموزش و پرورش این شهر، برای این سه طبقه مدرسه، شاخص مکتوبی به پژوهشگران ندادند و تنها به طور شفاهی، این دسته‌بندی را توضیح دادند.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

شرکت‌کنندگان، آزمون با شش مسئله و بدون رسم شکل داده شد و از دانش‌آموزان خواسته شد تا راه حل خود را توضیح دهند. پس از یک هفته، همان آزمون با اضافه کردن سه دسته شکل شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسی به همان مسئله‌ها و در همان ساعت کلاسی، اجرا شد (پیوست الف). علت یک هفته فاصله برای برگزاری آزمون دوم، بررسی تأثیر افزودن شکل‌ها بر حل مسئله توسط دانش‌آموزان بود.

پ) روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

تجزیه و تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان، به دو صورت انجام شد.

۱. استفاده از آزمون تی‌زوجی: با توجه به این که یک‌بار آزمون بدون استفاده از شکل و بار دوم با استفاده از شکل برگزار گردید، از آزمون تی‌زوجی[۱] برای بررسی میزان و مقایسه اثربخشی استفاده از راهبرد رسم شکل در حل مسائل کلامی ریاضی، استفاده شد. ضرورت به‌کاربردن آزمون تی‌زوجی این بود که نمره‌های هر دانش-آموز در یک گروه، در دو وضعیت قبلی و بعدی وی مورد بررسی قرار گرفته و با هم مقایسه شوند تا میزان تأثیر عامل «مداخله‌گر» یعنی «راهبرد رسم شکل» با ویژگی‌هایی که گفته شد، مشخص شود.

۲. استفاده از روش کدگذاری پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹): در این روش، به پاسخ‌های دانش‌آموزان به ترتیب زیر، امتیاز چهار تا صفر تعلق گرفت؛ امتیاز چهار برای پاسخ درست با توضیح درست و امتیاز صفر برای پاسخ نادرست با توضیح نادرست داده شد (جدول ۱.)

[۱] Paired T-Test

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

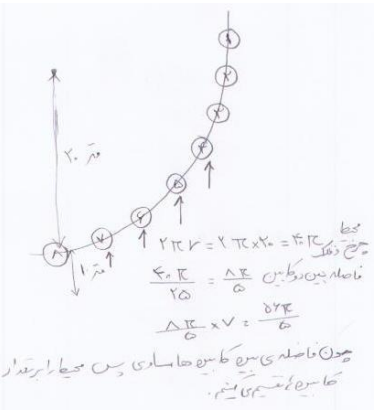
جدول ۱. امتیازدهی به پاسخ‌های دانش‌آموزان به روش کدگذاری پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹)

نوع پاسخ	امتیاز
پاسخ درست- استدلال درست	۴
پاسخ درست-بدون استدلال	۳
پاسخ درست- استدلال نادرست	۲
پاسخ نادرست- استدلال درست	۱
پاسخ نادرست، استدلال نادرست	۰

با استفاده از نمونه‌هایی از پاسخ‌های شرکت‌کنندگان در پژوهش به مسئله‌های آزمون، چگونگی کدگذاری نشان داده می‌شود.

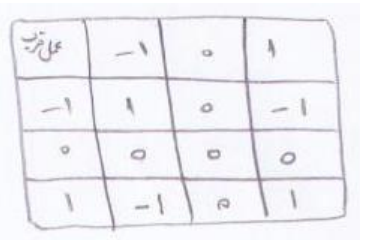
- نمونهٔ «پاسخ درست- استدلال درست» به مسئله ۱ با ۴ امتیاز:

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]



شکل۴. پاسخ درست- استدلال درست برای مسئله ۱

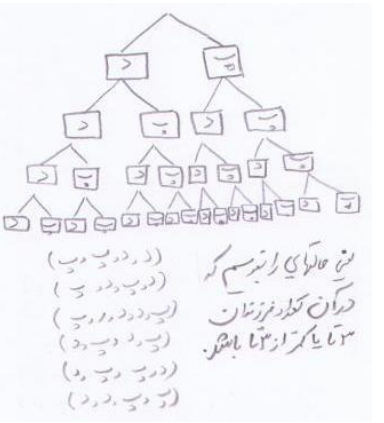
- نمونهٔ « پاسخ درست- بدون استدلال» به مسئله ۵ با ۳ امتیاز:



شکل۵ پاسخ درست-بدون استدلال، برای مسئله ۵ آزمون

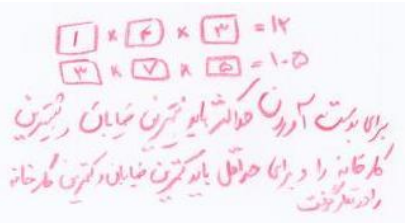
- نمونهٔ «پاسخ درست- استدلال نادرست» به مسئله ۴ با ۲ امتیاز:

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]



شکل۶. پاسخ درست- استدلال نادرست برای مسئله ۴

- نمونهٔ «پاسخ نادرست- استدلال درست» به مسئله ۳ با ۱ امتیاز:



شکل۷. پاسخ نادرست- استدلال درست، برای مسئله ۳

ت) اعتباربخشی

برای اطمینان از اعتبار کدگذاری و پرهیز از سوگیری، علاوه بر نویسنده اول، هر دو آزمون توسط یک دبیر ریاضی با مدرک کارشناسی ارشد ریاضی بر اساس همین چارچوب نمره‌دهی، کدگذاری شد و به جز تنها یک مورد، نمرات داده شده توسط دو نفر، یکسان بود.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

یافته‌های پژوهش

نتایج آزمون تی‌زوجی نشان داد که تفاوت معناداری بین موفقیت دانش‌آموزان در دو آزمون- بدون استفاده از شکل و پس از اضافه کردن شکل‌ها به مسئله‌ها- وجود ندارد. یعنی در حل مسائل کلامی، استفاده از شکل به تنهایی، دانش‌آموزان را در حل مسئله موفق نمی‌کند. همچنین تفاوت معناداری بین موفقیت دانش‌آموزان در حل مسائل شبکه‌ای (مسئله‌های اول و دوم) هم وجود نداشت که این یافته، بدین معناست که تنها گنجاندن شکل‌های شبکه‌ای در صورت مسئله‌های کلامی، تأثیری بر بهبود حل مسئله دانش‌آموزان نداشت، همچنان که استفاده از شکل‌های سلسله‌مراتبی (مسئله‌های سوم و چهارم) نیز، تأثیری در حل مسائل کلامی نداشت. در صورتی که استفاده از شکل‌های ماتریسی (مسئله‌های پنجم و ششم)، تأثیر مثبتی بر تسهیل فرایند حل مسئله دانش‌آموزان داشت. جدول ۲، نتایج آزمون تی‌زوجی را برای میزان اثرگذاری راهبرد رسم شکل بر موفقیت حل مسئله کلامی ریاضی دانش‌آموزان به تفکیک سه شکل شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسی، نشان می‌دهد.

از این گذشته، پاسخ‌های دانش‌آموزان به هر دو آزمون، بر اساس روش کدگذاری پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹)، کدگذاری شدند و درصد پاسخ‌های شرکت‌کنندگان به هر یک از سؤال‌ها، محاسبه شد (جدول ۲). میانگین نمرات دانش‌آموزان در آزمون اول ۱۵/۲۳ و در آزمون دوم ۱۵/۶۷ بود که اختلافشان از نظر آماری، معنادار نبود. علاوه بر این، نتایج آزمون تی‌زوجی نیز نشان داد که تفاوت معناداری بین موفقیت دانش‌آموزان در دو آزمون (t= -۰/۱۷۵، p= ۰/۵۳۴ و df=۳۹)، وجود ندارد. در حقیقت، نتایج

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

تحلیل آماری نشان داد که در حل مسائل کلامی، تنها استفاده از شکل- به هر نوعی که باشد- دانش‌آموزان را در حل مسئله موفق نمی‌کند.

با توجه به نتایج تجزیه و تحلیل عملکرد دانش‌آموزان در آزمون دوم (جدول ۲)، مشاهده شد که با وجود رسم شکل در تمام مسائل آزمون، مسائل شماره پنج و شش (مسائل از نوع شکل ماتریسی) نسبت به مسائل دیگر، برای دانش‌آموزان آسان‌تر بود. در صورتی که دانش آموزان برای حل همین دو مسئله در آزمون نخست، با دشواری مواجهه بودند.

جدول (۲): میانگین عملکرد دانش‌آموزان در دو آزمون

مسائل آزمون‌ها	* استفاده از شکل	**میانگین موفقیت از ۴
مسئله ۱ (شبکه‌ای)	خیر	۰/۳
	بله	۱/۶
مسئله ۲ (شبکه‌ای)	خیر	۱/۸
	بله	۲/۶
مسئله ۳ (سلسله‌مراتبی)	خیر	۱/۱
	بله	۲/۵
مسئله ۴ (سلسله‌مراتبی)	خیر	۱/۸
	بله	۳/۷
مسئله ۵ (ماتریسی)	خیر	۱/۲
	بله	۲/۷
مسئله ۶ (ماتریسی)	خیر	۱/۲
	بله	۳/۳

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

***خیر: عدم استفاده از شکل در مسئله که مربوط به آزمون نخست است. بله: استفاده از شکل در مسئله**
که مربوط به آزمون دوم است. ** میانگین موفقیت از ۴: میانگین تفاوت‌های آزمون اول از آزمون دوم برای هر شرکت‌کننده است.

جدول (۲) معلوم می‌کند که اگرچه اکثر شرکت‌کنندگان، برای حل مسئله‌ها از هر سه دسته شکل‌های شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسی به گونه‌ای استفاده کردند، اما به کارگیری انواع شکل‌ها به تنهایی، برای آنها کارآمد نبود و قادر نبودند مسائل را به درستی، پاسخ دهند. از بررسی میزان موفقیت دانش‌آموزان برای حل مسائل شبکه‌ای و سلسله‌مراتبی در جدول (۲) و میزان موفقیت آنها در حل مسائل با شکل ماتریسی در همین جدول، نتیجه می‌شود که برای آنان، دشوارترین مسائل، مربوط به شکل‌های شبکه‌ای بودند (مسئله اول و مسئله دوم، پیوست الف) و مسائل با راه‌حل ماتریسی، آسان‌ترین مسئله‌ها بودند.

همچنین، نتایج تحلیل آزمون تی‌زوجی از جدول (۳) نشان می‌دهد که تفاوت معناداری بین موفقیت دانش‌آموزان در حل مسائل شبکه‌ای (مسئله اول و مسئله دوم) وجود نداشت (t= -۰/۵۲۹، p=۰/۳۱ و df=۳۹) که به این معناست که استفاده از شکل‌های شبکه‌ای در صورت مسائل کلامی، تأثیری در بهبود حل مسئله دانش‌آموزان نداشت، همچنان که استفاده از شکل‌های سلسله‌مراتبی نیز، تأثیری در حل مسائل کلامی نداشت (مقدار تی‌زوجی: t= -۰/۱۲۶، p=۰/۴۵۱ و df=۳۹). در صورتی که استفاده از شکل‌های ماتریسی در صورت مسئله، تأثیر مثبتی بر تسهیل فرایند حل مسئله دانش‌آموزان داشت (مقدار تی‌زوجی: t= ۲، p=۰/۰۲۵ و df=۳۹.)

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

جدول (۳): نتایج عملکرد دانش‌آموزان در رابطه با سه دسته شکل‌های شبکه‌ای- سلسله‌مراتبی- ماتریسی

انواع مسائل در آزمون‌ها	آماره t	df	سطح معناداری p
مسائل با ساختار شکل‌های شبکه‌ای	-/۵۲۹	۳۹	۰/۳۱
مسائل با ساختار شکل‌های سلسله‌مراتبی	-/۱۲۶	۳۹	۰/۴۵۱
مسائل با ساختار شکل‌های ماتریسی	۲/۱۲	۳۹	۰/۰۲۵
کل	-/۱۷۵	۳۹	۰/۵۳۴

از این نتیجه که به‌کارگیری شکل‌های ماتریسی تأثیر مثبتی در حل مسائل کلامی دارد، استباط می‌شود که درک شکل‌های ساده‌تر در صورت مسئله، کمک بیشتری به تسهیل فرایند حل مسئله‌های کلامی ریاضی به دانش‌آموزان می‌کند و در نتیجه، ساختار و نوع شکل‌های ارائه شده، عاملی مهم و تأثیرگذار بر میزان دشواری مسائل است.

بحث و نتیجه‌گیری

این مطالعه، با هدف بررسی تأثیر کاربرد سه دسته شکل‌های شبکه‌ای، سلسله‌مراتبی و ماتریسی بر حل مسائل کلامی توسط دانش‌آموزان پایه دهم، انجام شد. یافته‌های این تحقیق نشان داد که تنها استفاده از انواع شکل‌ها در صورت مسئله، کمک مشخصی به دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی نمی‌کند، زیرا دانش‌آموزان همیشه توانایی تفسیر شکل‌ها را در مسائل ندارند. در همین راستا، بوث و توماس (۲۰۰۰) بیان می‌کنند که شکل‌ها برای بعضی از دانش‌آموزان مفیدند، در حالی که اکثر دانش‌آموزان قادر به دیدن

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

ساختار مسئله از طریق شکل‌ها نبوده یا با کاربرد آنها در فرایند حل مسئله آشنا نیستند. بدین سبب نتیجه‌گیری این پژوهش این است که افزودن شکل‌ها به مسائل کلامی، به تنهایی کمکی به فرایند حل مسائل کلامی نمی‌کند. بلکه موفقیت در حل این نوع مسائل، به عوامل متعددی از جمله ساختار مسائل و چگونگی انتخاب شکل به عنوان یک راهبرد، بستگی دارد. یافته‌های این پژوهش، همسو با نتایج به دست آمده در مطالعه پانتزی‌آرا و همکاران (۲۰۰۹) است. آنان دریافتند که به طور عام، استفاده از شکل‌ها در حل مسائل کلامی، باعث افزایش درک و فهم دانش‌آموزان نمی‌شود. بلکه موفقیت در حل مسائل کلامی، به ساختار آنها و ویژگی‌های دانش‌آموزان بستگی دارد. علاوه براین، نتایج به دست آمده از این مطالعه نشان داد که شکل‌های ماتریسی به جهت ساختار ساده‌ای که دارند، می‌توانند ابزار تسهیل‌کننده‌ای برای دانش‌آموزان در فرایند حل مسائل کلامی محسوب شوند. همان طور که قبلاً هم مطالعه روبینسون و اسکروز (۱۹۹۴) نشان داده بود که شکل‌های ماتریسی، تأثیر بیشتری بر حل مسائل کلامی توسط دانش-آموزان دارند، زیرا به آنها کمک می‌کنند تا روابط بین متغیرها را بهتر درک کنند. همچنین، یافته‌های این پژوهش همسو با نتایج مطالعه دایزمن (۲۰۰۵) است که در آن، نشان داده بود دانش‌آموزان، ساختار مسئله‌ها را به کمک شکل‌های ماتریسی، بهتر از شکل‌های شبکه‌ای و سلسله‌مراتبی تشخیص داده و درک می‌کنند.

سخن پایانی این که «نظریه تولید ترسیم» (که قبلا در پیشینه تحقیق توسط ون متر و هکاران (۲۰۰۶) معرفی شده است) بر روی ماهیت دوگانه اطلاعات کلامی و غیرکلامی متمرکز است و یک فرایند بازگشتی را شرح می‌دهد که در آن، طراحی ممکن است به بازبینی متن توسط فرآیندهای خودنظارتی، نیازمند باشد. ترسیم‌های دانش‌آموزان، بیانگر آموخته‌های آنهاست که منجر به بهبود و ارتقای یادگیری‌شان می‌شود. این بدان معناست

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

که با توجه به نحوه بازنمایی‌های بصری، دانش‌آموزان می‌توانند توانایی حل مسئله کلامی خود را ارتقا دهند. از این گذشته، جمع‌بندی این مطالعه این است که آموزشِ کافی در استفاده از شکل‌ها در فرایند حل مسئله و مشاهدهٔ ساختار انواع مسائل با کمک ترسیم‌ها، برای دانش‌آموزان ضروری است. بدین سبب، پیشنهاد می‌شود که در تدوین برنامه و تألیف کتاب‌های درسی ریاضی، برنامه‌ریزان با عنایت به این یافته که رسم شکل به تنهایی، به بهبود حل مسائل کلامی ریاضی منجر نمی‌شود، به تناسب انواع شکل‌ها با ساختار مسائل کلامیِ مورد بحث، توجه جدی کنند. زیرا ایجاد فرصت برای دانش‌آموزان جهت فهمیدن ساختار انواع شکل‌ها و درک عمیق‌تر و استفاده مؤثرتر از آنها، ضروری است تا بتوانند توانایی‌هایشان را در برگرداندن یک مسئله کلامی ریاضی به بازنمایی بصری و تفسیر درست شکل‌ها، ارتقا دهند.

منابع

حق‌وردی، مجید. (۱۳۹۳) ویژگی‌های مسائل کلامی ریاضی در دوره راهنمایی و راهکارهای فرایند تسهیل حل آنها. *دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*. انجمن مطالعات برنامه درسی و دانشگاه خوارزمی. ۲۵،۲-۴۶.

Berends, I. E., & van Lieshout, E. C. D. M. (2009). The effect of illustrations in arithmetic problem-solving: Effects of increased cognitive load. *Learning and Instruction*, 19, 45–353.

Booth, R., & Thomas, M. (2000). Visualization in mathematics learning: arithmetic problem-solving and student difficulties. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 169–190.

Cai, J., & Lester, F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 221–237.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

Carney, R. N., & Levin, J. R. (2002). Pictorial illustrations still improve students' learning from text. *Educational Psychology Review, 14* (1), 101-120.

Csilos, S. Szitanyi, J. Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. . *Educational Studies in Mathematics; 81:47-65.*

Diezmann, C. M. (2005). Primary students' knowledge of the properties of spatially-oriented diagrams. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th International Group for the Psychology of Mathematics Education*; (pp. 281–288). Melbourne: PME.

Diezmann, C., & English, L. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. In A. Cuoco, & F. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 YearBook* (pp. 1–23). Virginia: NCTM.

Jonassen, D. H. (2003). Designing research-based instruction for story problems. *Educational Psychology Review*, 15, 267–296.

Gagatsis, A., & Elia, E. (2004). The effects of different modes of representation on mathematical problem solving. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education.* Vol. 2 (pp. 447–454). Bergen: PME.

Hembree, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving-a metaanalysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23, 242–273.

Hurely, S., & Novick, L. (2010). Solving problems using matrix, network, and heirachy diagrams: The consequences of violating construction. *The Qurantery Journal of Expremental Psychology*. 63(2). 275-290.

Munez, D., Orrantia, J., & Rosales, J. (2013). The effect of external representations on compare word problems: Supporting

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

mental model construction. ***The Journal of Experimental Education, 81***(3), 337–355.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va: The Author.

Novick, L., & Hurley, M. (2001). To matrix, network, or hierarchy: That is the question. *Cognitive Psychology*, 42, 158–216.

Novick, L. R. (2006). Understanding spatial diagram structure. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 59, 1826–1856.

Novick, L. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology. Learning, Memory, and Cognition*, 14, 510–520.

Pantziara, M. & Gagatsis, A. & Elia, I. (2009). Using diagrams as tools for the solution of non-routine mathematical problems. Educational Studies in Mathematics. 72, 39–60.

English, L. (1996). Children's construction of mathematical knowledge in solving novel isomorphic problems in concrete and written form. *The Journal of Mathematical Behavior*, 15, 81–112.

Fagnant, A & Vlassis. J. (2013). Schematic representations in arithmetical problem solving: Analysis of their impact on grade 4 students. *Educational Studies in Mathematics.* 84, 149-168.

Goldin, G. A., & Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397–430). Hillsdale: Erlbaum.

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684–689.

Ke, F & Clark, K. (2018). Game-Based multimodel representations and Mathematical Problem solving, *International of Science and Mathematics Education*. 17, 21-35.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

Klein, A. S., Beishuisen, M., & Treffers, A. (1998). The empty number line in Dutch second grade: Realistic versus gradual program design. *Journal for Research in Mathematics Education, 29* (4), 443-464.

Lesh, R., Behr, M., Post, T. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, (pp. 33-40). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. In E. Dubinsky, & G. Harel (Ed.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25-58). USA: Mathematical Association of America.

Uesaka, Y., Manalo, E., & Ichikawa, S. (2007). What kinds of perceptions and daily learning behaviors promote students' use of diagrams in mathematics problem solving? *Learning and Instruction*, 17, 322– 335.

Van Meter, P., Aleksic, M., Schwartz, A., & Garner, J. (2006). Learner-generated drawing as a strategy for learning from content area text. *Contemporary Educational Psychology*, 31, 142–166.

Van Meter, P., & Garner, J. (2005). The promise and practice of learner-generated drawing: Literature review and synthesis. *Educational Psychology Review*, 17, 285–325.

Van Garderen, D., & Montague, M. (2003). Visual-spatial representations and mathematical problem solving. Learning Disabilities & Research, 18, 246254.

Vekiri, I. (2002). What is the value of graphical displays in learning? *Educational Psychology Review*, 14(3), 261–312.

Munez, D., Orrantia, J., & Rosales, J. (2013). The effect of external representations on compare word problems: Supporting mental model construction. ***The Journal of Experimental Education, 81***(3), 337–355.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

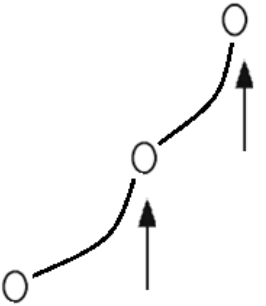
Willis, G., & Fuson, K. C. (1998). Teaching Children to use Schematic Drawing to solve addition and subtraction word Problems. *Journal of Educational Psychology*. 80 (2), 192-201.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

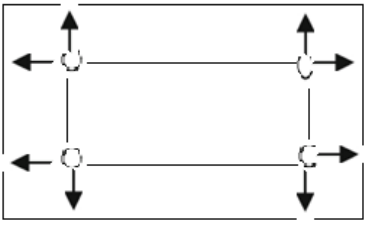
پیوست الف

(آزمون طراحی شده برای جمع‌آوری داده‌ها)

سؤال ۱: چرخ و فلکی به شعاع ۲۰ متر، دارای ۲۵ کابین با فاصله‌های مساوی است. کابین یک در پایین‌ترین نقطه قرار گرفته و از سطح زمین، ۱ متر ارتفاع دارد. اگر چرخ و فلک را بچرخانیم و به ترتیب متقاضیان را سوار کنیم، در لحظه‌ای که هشتمین کابین در پایین‌ترین نقطه قرار می‌گیرد تا متقاضیان سوار شوند، کابین اول از سطح زمین در چه ارتفاعی قرار دارد؟

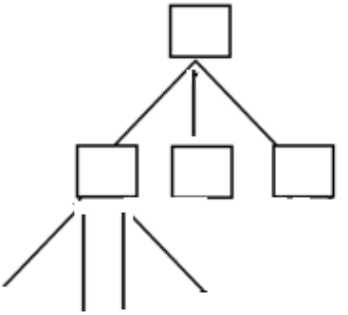


سوال۲: یک عکس در ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر، درون یک قاب به مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید.



[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

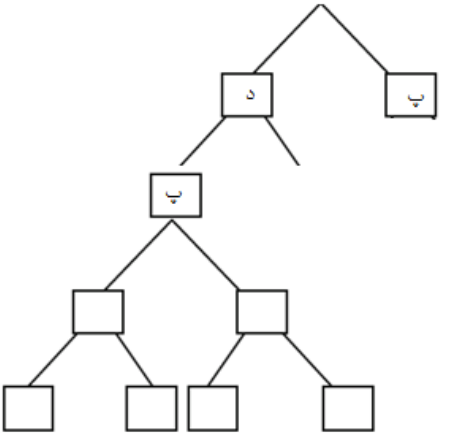
سوال۳: در یک شهرک صنعتی یک بلوار و در هر بلوار، بین ۴ تا ۷ خیابان و در هر خیابان، بین ۳ تا ۵ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشند، چندتاست؟



سوال۴: در یک خانواده دارای ۴ فرزند، به چند طریق ممکن است که

الف) دو تا از فرزندان پسر باشند.

ب) حداقل سه تا از فرزندان، دختر باشند.



سوال۵: یک مجموعه را نسبت به عمل ضرب بسته گویند، هرگاه حاصل‌ضرب هر دو عضو دلخواه، عضوی از همان مجموعه باشد. آیا مجموعه $A=\{-1,0,1\}$ نسبت به عمل ضرب بسته است؟ چرا؟

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]

ضرب	-۱	۰	۱
-۱			
۰			
۱			

سوال۶: در یک رستوران، پنج نوع غذا شامل چلوکباب لقمه (کوبیده)، چلومرغ، جوجه‌کباب، چلوماهی و چلوکباب برگ وجود دارد. نوشیدنی‌ها هم نوشابه گازدار، دوغ و دلستر است. به چند حالت می‌توانید غذاها و نوشیدنی خود را انتخاب کنید؟

	چلو کباب	چلو مرغ	جوجه کباب	چلو ماهی	چلو کباب برگ
نوشا					
دوغ					
دلستر					

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-02]