[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

بررسی اثر تغییر ضخامت پی گسترده و طول شمع در تحلیل پی‌های رادیه مرکب

واحد قیاسی*، مبین مرادی؛
دانشگاه ملایر، دانشکدهٔ عمران و معماری، گروه مهندسی عمران

(ژئوتکنیک)

تاریخ: دریافت ۹۶/۰۷/۰۳ پذیرش ۹۷/۰۲/۲۹

چکیده

در طراحی فونداسیون‌ها، ایده تلفیق رادیه و پی‌های عمیق به منزله گزینه‌ای جدید در مبحث پی‌سازی مطرح شده است. به‌کارگیری پی‌های عمیق در زیر پی‌های گسترده (سیستم پی گستردهٔ مرکب) می‌تواند سبب کاهش نشست و اثر توأم افزایش ظرفیت باربری شود. در این پژوهش، تغییرشکل پی، گشتاور وارد بر پی و هم‌چنین سهم بار شمع‌ها در باربری سیستم مرکب پی- شمع تحت بارگذاری استاتیکی در خاک ماسه‌ای با استفاده از مدل‌سازی اجزای محدود برای چیدمان‌های گوناگون شمع‌ها و سیستم‌های مختلف پی- شمع از نظر اتصال پی و شمع‌ها، بررسی شده و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. در ادامه، اثر طول شمع و ضخامت پی گسترده در عملکرد سیستم مرکب نیز بررسی و بیان شده است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهند که استفاده از شمع‌های طویل در مرکز و شمع‌های کوتاه‌تر در پیرامون پی سبب کاهش نشست حداکثر و نشست‌های غیریکنواخت پی شده و کاهش چشم‌گیر لنگر وارد بر پی را به موجب شده است. و در کنار این‌ها سبب افزایش باربری شمع‌ها در سیستم مرکب شده است. همین‌طور افزایش ضخامت پی باعث ازدیاد نشست حداکثر پی، نشست متوسط پی، لنگر خمشی وارد بر پی شده است. و اثرات مثبت افزایش ضخامت پی، کاهش نشست‌های غیریکنواخت پی و افزایش مشارکت شمع‌ها در باربری هستند.

واژه‌های کلیدی: تجزیهٔ عددی، تغییر ضخامت پی گسترده، تغییر طول شمع‌ها، پی‌های رادیه مرکب.

* **نویسنده مسئول** v.ghiasi@malayeru.ac.ir

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

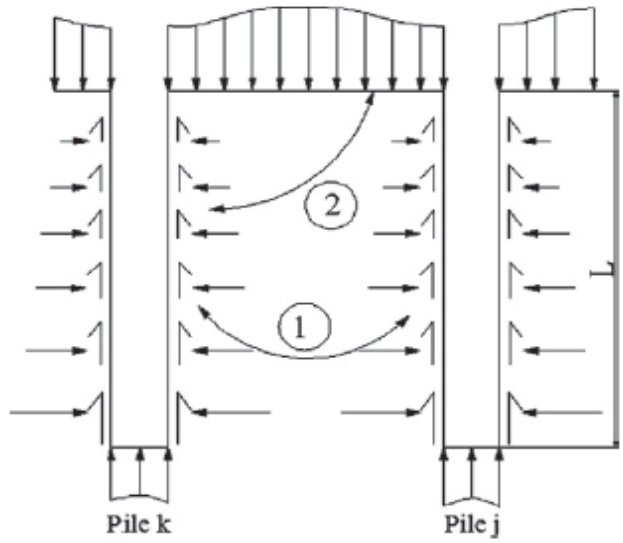
مقدمه

طراحی گروه شمع معمولاً با در نظرگیری ضریب اطمینان بالایی برای شمع‌ها است و معیار اصلی طراحی، ظرفیت باربری گروه است. در این حالت آرایش شمع‌ها در گروه به‌گونه‌ای است که کل بار روسازه را تحمل کند. اگر چه کلاهک که اغلب یک پی گسترده است، در تماس با خاک است؛ اما سهم آن در باربری و رفتار گروه در نظر گرفته نمی‌شود. در این حالت می‌توان از مفهوم طراحی رادیه مرکب (PRF) استفاده کرد. در حالتی رادیه مرکب، تقسیم بار بین رادیه و شمع‌ها صورت می‌گیرد و شمع‌ها به اندازهٔ ظرفیت باربری شمع تنها و یا حتی بیش‌تر از آن تحت بار قرار می‌گیرند. بنابراین فونداسیون رادیه مرکب سبب کاهش نشست کل و غیریکنواخت به‌شیوه‌ای کاملاً بهینه‌تر از مفهوم گروه شمع می‌شود. در طراحی رادیه مرکب مرسوم، تعداد شمع‌ها معمولا زیاد است و بار تحمل شده به‌وسیلهٔ هر شمع نسبتاً کم است که باعث حاشیهٔ اطمینان زیادی در مورد ظرفیت باربری ژئوتکنیکی یا بار گسیختگی سازه‌ای این شمع‌ها می‌شود. معمولاً ظرفیت ژئوتکنیکی شمع‌ها در برابر مقاومت فشاری مصالح شمع تعیین کننده است.

در طراحی فونداسیون‌ها، بسیار متداول است که در ابتدا فونداسیونی سطحی یا سیستم پی رادیه برای انتقال بارهای روسازه به خاک، به‌عنوان اولین گزینه مد نظر قرار گیرد و سپس در صورت بی‌کفایت باربری ژئوتکنیکی یا برای کاهش نشست‌های فونداسیون، از گروه شمع در زیر آن استفاده شود. اصولاً از آن‌جا که پی‌های گسترده، حجم نسبتا بزرگی از خاک زیرین خود را تحت تنش قرار می‌دهند، در مقایسه با سایر پی‌ها، به فرض ثابت بودن تنش وارده در کف پی، نشست بیش‌تری را به‌همراه دارند. بدین‌جهت است که در ضوابط طراحی جهانی، عموما اجازه نشست‌پذیری بیش‌تری به پی‌های گسترده در قیاس با پی‌های منفرد، داده می‌شود. استفاده از گروه شمع در سیستم پی، در جهت کاهش نشست کلی شالوده و هم‌چنین جلوگیری از نشست غیریکنواخت در زیر فونداسیون، بسیار مثمر ثمر است. در چنین حالتی، در صورتی که شالوده نه به‌عنوان یک گروه شمع صرف بلکه به‌عنوان سیستمی مرکب از پی گسترده به‌همراه گروه شمع تلقی شود، معیارهای اقتصادی طراحی با وجود

ایمنی زیاد، تأمین می‌شود. منظور از واژه "سیستم" در تعریف اخیر، ترکیب اندرکنشی (یا به بیان بهتر برهم‌کنشی) دو نوع فونداسیون رادیه و گروه شمع به‌گونه‌ای است که هر دو در تأمین باربری و کاهش نشست همراه با هم ایفای نقش کنند و نه این‌که از قابلیت یکی از آن‌ها در هر مورد صرف نظر شود. به چنین رفتار توأمانی رفتار اندرکنشی گفته می‌شود. این سیستم مرکب سیستم "رادیه تقویت شده با شمع" یا به‌طور خلاصه "رادیه و شمع" خوانده می‌شود [۱].

سیستم رادیه–شمع چنان‌که از عنوان آن پیداست متشکل از عناصر پی گسترده و شمع‌ها است که هر کدام نقشی در تحمل بارهای وارده دارند. شکل ۱ اندرکنش‌هایی را که در سیستم رادیه–شمع و خاک اتفاق می‌افتد را به تصویر کشیده است. لازم به ذکر است که جهت ۱ اندرکنش شمع–خاک–شمع و جهت ۲ اندرکنش شمع– خاک– رادیه را نشان می‌دهند [۲].



شکل ۱. اندرکنش‌های موجود در یک سیستم پی رادیه– شمع [۲]

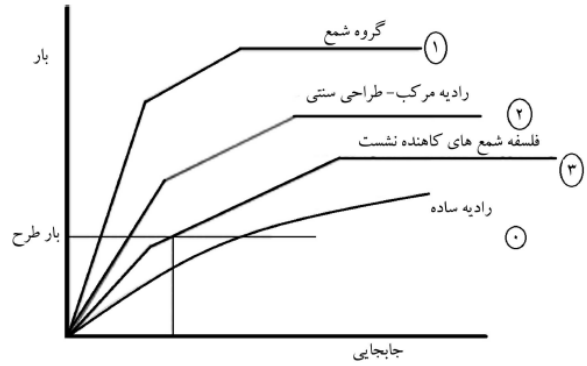
[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

پیشینه علمی تحقیق

۱. شالودهٔ رادیه شمع

بر اساس نظریهٔ ارائه شده در سال ۱۹۹٤ در مفهوم بهینهٔ طراحی فونداسیون رادیه مرکب، شمع‌ها به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که نقش اصلی‌شان کاهندهٔ نشست باشد؛ در حالی که آن‌ها ذاتاً، باعث افزایش ظرفیت باربری نیز می‌شوند [۳]. واضح است که این روی‌کرد بهترین حالت برای طراحی اقتصادی است. شکل ۲، رفتار بار–نشست رادیه مرکب را بر اساس معیارهای طراحی اول و دوم نشان می‌دهد. منحنی ۰، رفتار رادیهٔ ساده را نشان می‌دهد که در آن مقدار نشست در بار طراحی بسیار زیاد است. منحنی ۱، روی‌کرد طراحی سنتی را نشان می‌دهد که در آن رفتار گروه شمع بر رفتار سیستم حاکم است و قسمت عمدهٔ این منحنی خطی است. در این حالت بیش‌تر بارها به‌وسیلهٔ شمع‌ها تحمل می‌شوند. منحنی ۲، مفهوم شمع خزشی را نشان می‌دهد که در آن شمع‌ها ضریب اطمینان کوچک‌تری دارند؛ اما چون تعداد شمع‌ها کم‌تر است، رادیه نسبت به منحنی ۱ بار بیش‌تری تحمل می‌کند. منحنی ۳، استراتژی استفاده از شمع‌ها به منزلهٔ کاهندهٔ نشست و استفاده از ظرفیت کامل شمع‌ها در بار طرح را نشان می‌دهد. در نتیجه منحنی بار–نشست در بار طرح خطی نیست، اما سیستم فونداسیون حاشیهٔ اطمینان کافی دارد و معیار نشست نیز برآورده شده است. بنابراین طراحی بر اساس منحنی ۳ اقتصادی‌تر از طراحی بر اساس منحنی‌های ۱ و ۲ است [٤].



شکل ۲. منحنی‌های بار- نشست رادیه مرکب بر اساس فلسفه‌های مختلف طراحی [٤]

چندین روش برای تحلیل رادیه–شمع ارائه شده است که برخی از آن‌ها را پولوس و همکارانش (۱۹۹۷) جمع‌بندی کرده‌اند. سه طبقه‌بندی برای این روش‌ها بیان شده است [۵]:

۱. روش‌های محاسباتی ساده شده

۲. روش‌های تجزیهٔ تقریبی به‌کمک کامپیوتر

۳. روش‌های تجزیهٔ دقیق به‌کمک کامپیوتر

روش‌های ساده‌شده عبارتند از: روش‌های پولوس و دیویس، راندولف، بورلند [۳]، [٦]، [۷]. این‌ها تعدادی ساده‌سازی در رابطه با مدل‌سازی پروفیل خاک و شرایط بارگذاری رادیه را شامل می‌شدند.

روش تجزیهٔ تقریبی به‌کمک کامپیوتر عبارت است از:

۱. روش نوار روی فنر که در آن، پی گسترده را به‌صورت یک سری پی‌های نواری و شمع‌ها را به‌صورت فنرهایی که سختی فنر معرف سختی شمع است، نشان می‌دهند [۸].

۲. روش صفحه بر فنر که پی گسترده به‌صورت صفحه و شمع‌ها به‌صورت فنر مدل می‌شوند [۹]، [۱۰]، [۱۱]، [۱۲].

روش‌های تجزیهٔ دقیق به‌کمک کامپیوتر شامل چهار روش می‌شود:

۱. روش اجزای مرزی که در آن شمع و پی گسترده به‌صورت مجزا هستند و از نظریه کشسان استفاده می‌شود [۱۳]، [۱٤]، [۱٥]، [۱٦].

۲. روش‌های ترکیبی اجزای مرزی برای شمع‌ها و تحلیل اجزای محدود برای پی گسترده: [۱۷]، [۱۸]، [۱۹]، [۲۰].

۳. روش‌های تحلیلی ساده‌شده اجزای محدود که در آن‌ها سامانهٔ پی یا به‌صورت یک مسئله کرنش صفحه‌ای [۲۱] و یا به‌صورت مسئلهٔ تقارن محوری [۲۲] در نظر گرفته می‌شود و متناظر با آن تحلیل تفاضل محدود به‌کمک برنامه تجاری فلک [۲۳].

٤. تحلیل سه‌بعدی اجزای محدود[۲٤]، [۲٥]، [۲٦]، و تحلیل‌های تفاضل محدود به‌کمک برنامه سه‌بعدی فلک.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

۲. سیستم شالوده رادیه-شمع با شمع‌های منفصل

پژوهش‌گران در سال ۱۹۷۹ در مروری بر سیستم‌های رادیه مرکب، نشان دادند که اگر خاک زیر رادیه به‌عنوان یک محیط کشسان مسلح شده در نظر گرفته شود، کاهش مقدار نشست چشم‌گیر است [۲۲]. بنابراین روی‌کرد جدیدی در طراحی فونداسیون‌ها، می‌تواند معرفی شمع‌ها فقط به منزلهٔ ابزاری برای بهبود پارامترهای سختی خاک باشد. این کار می‌تواند با انفصال این شمع‌ها از رادیه انجام گیرد. در این صورت فاصلهٔ ایجاد شده بین رادیه و شمع‌ها سبب می‌شود شمع‌ها مستقیماً بارهای روسازه را تحمل نکنند. وقتی این شمع‌های کاهندهٔ نشست به رادیه متصل نباشند، می‌توان نسبت به شمع‌های ساختمانی ضریب اطمینان بسیار کم‌تری در برابر گسیختگی سازه‌ای انتخاب کرد و این در حالی است که هیچ تخلفی از آیین نامه‌های مختلف ساختمانی صورت نمی‌گیرد و از آن‌جاکه می‌توان ظرفیت ژئوتکنیکی نهایی را کاملاً بسیج شده فرض کرد، دیگر ملاحظات سازه‌ای این شمع‌های کاهنده نشست بحرانی نیست [۲۷].

مطابق پژوهش‌های انجام گرفته به‌وسیلهٔ سعیدی عزیزکندی و همکارانش در بررسی سیستم مرکب تحت اثر بار لرزه‌ای مشخص شد که سیستم منفصل، لنگر کم‌تری نسبت به سیستم متصل به شمع‌ها انتقال می‌دهد و از سویی جابه‌جایی رادیه در حالت منفصل از جابه‌جایی رادیه در سیستم متصل بیش‌تر است. از این‌رو، در انتخاب نوع سیستم مورد استفاده باید شرایط پروژه با شرایط عملکردی این مجموعه‌ها بررسی شود [۲۸].

تحلیل‌های اخیر صورت گرفته در بررسی رفتار پی‌های رادیه-مرکب را با ارائه هدف و نحوهٔ تحلیل و نتایج آن، به اختصار در جدول ۱ ارزیابی شده است.

مواد و روش‌ها

در واقع رفتار سیستم‌های مرکب رادیه و شمع تحت بارهای محوری به‌وسیلهٔ مقایسه روش‌های مرسوم و آخرین روش‌های طراحی با تحلیل پارامتری بررسی شده است. و مشاهده شده است که بیش‌ترین تحلیل سیستم‌های رادیه-شمع با استفاده از برنامه‌های روش

اجزای مرزی، تنها اندرکنش بین دو شمع در یک زمان را در نظر گرفته و وجود شمع‌های دیگر را در گروه در نظر نمی‌گیرد که بر اندرکنش محاسبه شده تأثیر می‌گذارد. این عملکرد ممکن است به نشست‌های بیش‌تر منجر بشود، زمانی که همان فونداسیون با تحلیل روش اجزای محدود سنجیده شود. برای این منظور، نرم‌افزار اجزای محدود پلکسیس سه‌بعدی فونداسیون نسخه ۱.٦ برای تحلیل سازه موردنظر در این پژوهش، استفاده شده است.

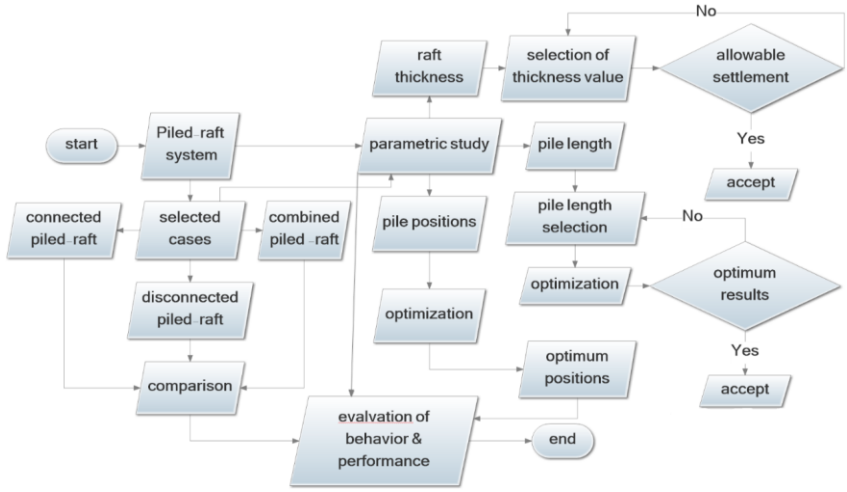
جدول ۱. پژوهش‌های صورت گرفته در بررسی رفتار پی رادیه-شمع

ردیف	محققان	مجله انتشار	هدف و روش	نتیجه
۱	(هوانگ و همکاران، ۲۰۱۱) [۲۹]	Computers and Geotechnics	تحلیل الاستوپلاستیک پی رادیه-شمع در خاک لایه‌ای تحت بار قائم	ارائه یک روش پیشنهادی با قابلیت پیش‌بینی معقولانه تغییرشکل و توزیع بار پی رادیه-شمع
۲	(چو و همکاران، ۲۰۱۲) [۳۰]	Ocean Engineering	تحلیل سه بعدی اجزای محدود پی رادیه-شمع مربعی در رس نرم	نسبت کاهش نشست و نسبت (A_g/A_r) برای کوچک سازی نشست تفاضلی در رس نرم بیشتر از رس سفت بوده است.
۳	(ال‌گارهی و همکاران،۲۰۱۳) [۳۱]	Rock Mechanics and Geotechnical Engineering	مطالعه آزمایشگاهی در مدل‌سازی پی رادیه-شمع در خاک ماسه‌ای	با افزایش تعداد شمع‌های کاهنده نشست، نسبت بهبود بار(LIR) افزایش و نسبت نشست تفاضلی(DSR) کاهش می‌یابد.
٤	(انگوین و همکاران،۲۰۱٤) [۳۲]	Computers and Geotechnics	مطالعه پارامتری طراحی بهینه‌ی پی‌های رادیه-شمع بزرگ با تحلیل اجزای محدود	قرارگیری شمع‌ها در مرکز رادیه سبب کاهش نشست تفاضلی، نشست کلی و گشتاور می‌شود.
٥	(مندوزا و همکاران،۲۰۱٥) [۳۳]	Computers and Geotechnics	بررسی رفتار گروه شمع پیچشی در خاک گرمسیری با آزمون‌های آزمایشگاهی و میدانی.	ارائه یک راهنمای مقدماتی استفاده از پی‌های مشابه برای به کارگیری در مناطقی با شرایط مشابه.
٦	(گو و همکاران، ۲۰۱٦) [۳٤]	Soils and Foundations	بررسی رفتار مکانیکی پی رادیه-شمع در معرض بار قطارهای تندرو با سرعت زیاد	ارائه یک روش پیشنهادی جدید برای استفاده در پیش‌بینی نشست دراز مدت در یک دوره معین
۷	(پارک و همکاران، ۲۰۱٦)[۳٥]	Computers and Geotechnics	تحلیل رفتاری توزیع بار پی‌های رادیه-شمع با شمع کوبشی در خاک ماسه‌ای	تأیید کاربرد مدل توزیع بار برای هر دوی شمع کوبشی و درجا در بررسی ظرفیت باربری

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

نرم‌افزار پلکسیس سه‌بعدی فونداسیون برنامهٔ رایانه‌ای اجزای محدود سه‌بعدی است که با استفاده از یک محیط گرافیکی، کاربر را قادر به ساختن یک شبکه‌بندی واقعی سه‌بعدی بر اساس ترکیبی از مقاطع افقی در لایه‌های مختلف قائم می‌کند. به‌دلیل سه‌بعدی بودن شبکه‌بندی می‌توان رفتار سازه و خاک و هم‌چنین رفتار اندرکنش آن‌ها را بدون به‌کارگیری فرضیات و به‌صورت کلی و دقیق بررسی کرد.

روند تحقیق و مراحل آن در این پژوهش که به‌صورت فلوچارت و مرحله به مرحله ترسیم شده، در شکل ٤ نشان داده شده است.



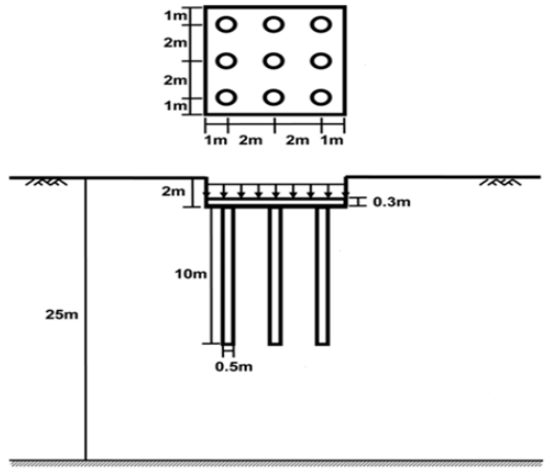
شکل ۳. فلوچارت روش انجام تحقیق

۱. تعریف مدل، هندسه و بارگذاری

پی‌های مرکب مشتمل از پی و شمع در این پژوهش مورد توجه قرار گرفته است. شناخت عملکرد پی‌های مرکب با توجه به این‌که پی نقش کاهنده نشست‌های غیریکنواخت و شمع‌ها نقش تسلیح خاک زیرین و افزایش ظرفیت باربری خاک را در بر دارند، مهم و قابل توجه است. یک مطالعه موردی برای تجزیهٔ عملکرد پی‌های رادیه–شمع در این پژوهش، استفاده شده است [۳٦]. پی گسترده با ضخامت ۰/۳ متر و ابعاد ٦×٦ متر است که بر تودهٔ

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

خاک ماسه‌ای یکنواخت واقع شده است و عمق رادیه از سطح خاک برابر ۲ متر است. شمع‌ها با مقطع دایره‌ای با طول ۱۰ متر و ضخامت ۰/۵ متر و با تعداد ۹ عدد در زیر رادیه و درون خاک مذکور قرار گرفته اند. تراز آب زیرزمینی درنظر گرفته نشده است که در واقع بیان‌گر این موضوع است که تراز آب خارج از محدوده ۲۵ متری ضخامت لایهٔ ماسه‌ای قرار دارد. شکل ۵ ابعاد و مشخصات این سیستم مرکب پی-شمع را نمایش داده است.



شکل ٤. ابعاد پی رادیه-شمع و مشخصات خاک [٣٦]

خاک زیر فونداسیون مرکب از جنس ماسه است و مشخصات آن مطابق جدول ۲ آمده است. از مدل رفتاری الاستوپلاستیک سخت شونده (HS) برای تعریف مشخصات خاک استفاده شده است.

مشخصات پی گسترده به‌کار رفته در سیستم مرکب در جدول ۳ آورده شده با رفتار کشسان خطی و با ابعاد ٦×٦ متر و ضخامت ۰/۳ متر در نظر گرفته شده است. و مشخصات المان شمع مدفون استفاده شده به‌عنوان شمع‌های مدل در جدول ٤ آورده شده است. هم‌چنین از المان شمع مدفون برای تعریف مشخصات شمع‌ها در نرم‌افزار پلکسیس سه‌بعدی بهره گرفته شده است. تعداد ۹ شمع در زیر پی گسترده استفاده شده است که بر اساس تغییر در چیدمان و موقعیت قرارگیری شمع‌ها بر سطح رادیه سعی شده است که رفتار شمع‌ها بر

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

اثر تغییر چیدمان آن‌ها مشاهده شود.

جدول ۲. مشخصات ژئوتکنیکی خاک محل

پارامتر	نماد	ماسه	واحد
مدل رفتاری	-	سخت شونده	-
وزن مخصوص غیراشباع	γ_{unsat}	۱۸	kN/m^3
وزن مخصوص اشباع	γ_{sat}	۱۸	kN/m^3
مدول بارگذاری سه‌محوری	E_{50}	۵۰۰۰	kN/m^2
مدول بارگذاری ادئومتر	E_{oed}	۵۰۰۰	kN/m^2
مدول باربرداری سه‌محوری	E_{ur}	۱۵۰۰۰	kN/m^2
توان وابسته به تنش	m	۰/۵	-
ضریب پواسون	ν_{ur}	۰/۲	-
چسبندگی	C	۰/۰۰۰۱	kN/m^2
زاویهٔ اصطکاک	ϕ	۳۰	-
زاویه اتساع	ψ	۰	-
ضریب فشار جانبی در حالت سکون برای حالت عادی تحکیم یافته	K_0^{NC}	۰/٤۲٦	-
نسبت پیش تحکیمی	OCR	۱	-
فشار سربار سابق	POP	۰	kN/m^2
ضریب سختی فصل مشترک	R_{inter}	۱	-
ضخامت لایه	D	۲۵	m

جدول ۳. مشخصات پی گسترده در سیستم رادیه-شمع

پارامتر	نماد	پی گسترده	واحد
مدل رفتاری	-	کشسان خطی	-
وزن مخصوص	γ	۱۵	kN/m^3
سختی	E	۳×۱۰^{۷}	kN/m^2
ضریب پواسون	ν	۰/۲	-
ضخامت رادیه	t	۰/۳	m
ابعاد رادیه	W×B	٦×٦	m

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

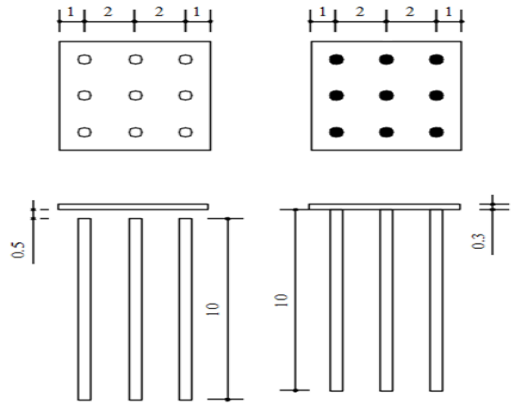
[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

جدول ٤. مشخصات المان شمع مدفون به‌کار رفته در سیستم رادیه-شمع

پارامتر	نماد	شمع مدفون	واحد
مدل رفتاری	-	کشسان خطی	-
وزن مخصوص	γ	۱۵	kN/m^3
سختی	E	۳×۱۰^{۷}	kN/m^2
ضریب پواسون	ν	۰/۲	-
قطر شمع	d	۰/۵	m
طول شمع	l	۱۰	m
تعداد شمع ها	-	۹	-

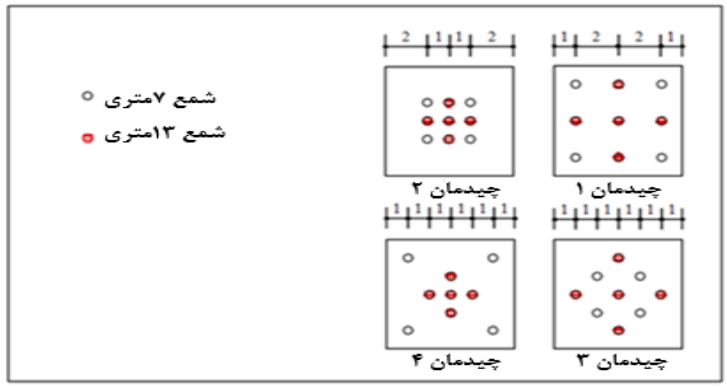
۲. پژوهش‌های پارامتریک

اساس پژوهش حاضر بر مبنای بررسی رفتار پی‌های مرکب رادیه و شمع است و هم‌چنین بررسی رفتار پی رادیه-شمع متصل و منفصل به‌عنوان بخش اساسی این پژوهش در نظر گرفته شده است. با توجه به این مقوله، بررسی‌های پارامتری برای تحلیل پی‌های رادیه-شمع انجام می‌گیرد. در شکل ۷ نمای پلان و روبروی پی رادیه-شمع داده شده است. که مطابق آن پی سمت راست مشخصات پی رادیه-شمع متصل و پی سمت چپ که شمع‌ها در آن با دایره‌های توخالی نشان داده شده‌اند، مشخصات پی رادیه-شمع منفصل است. شمع‌های متصل به پی به‌طور مستقیم با شمع‌های زیر پی در تماس هستند و ارتباط پی و شمع‌ها به‌صورت پیوسته و بدون فاصله است.



شکل ۵. نمای پلان و کنار ابعاد و محل اتصال پی رادیه-شمع متصل (سمت راست) و منفصل (سمت چپ) (واحد: متر)

در این پژوهش نیز برای تحلیل عملکرد پی رادیه–شمع، ٤ نوع آرایش برای قرارگیری شمع‌ها درون خاک، درنظر گرفته شده است. با توجه به بررسی‌هایی که در رابطه با بهینه‌سازی پی‌های مرکب انجام شده است، طول شمع‌ها نیز یک پارامتر موثر در نشست سیستم مرکب به حساب آورده می‌شود. بنابراین چیدمان‌های سابق برای بهینه‌سازی سیستم مرکب بر مبنای تغییر طول شمع‌ها به‌کار برده شده است. برای این منظور طول شمع‌ها را از ۱۰ متر برای شمع‌های در امتداد قطر پی به جز شمع‌های مرکزی کاهش داده و ۷ متر در نظر گرفته شده است و هم‌چنین شمع‌های مرکزی به‌علاوه سایر شمع‌ها به میزان ۳ متر افزایش طول یافته و به ۱۳ متر افزایش یافته‌اند. اثر قرارگیری شمع‌های طویل‌تر در مرکز پی بر بهینه‌سازی پی رادیه–شمع بر این اساس سنجیده شده است. آرایش شمع‌ها در این حالت مطابق شکل ۱۰ است که شمع‌های با طول بیش‌تر با رنگ قرمز و شمع‌های با طول کم‌تر که در گوشه‌ها قرار گرفته‌اند با رنگ سفید در پلان پی مشخص است. هدف از این ترکیب شمع‌ها با طول‌های مختلف دست‌یابی به آرایش بهینه طول شمع‌ها در سیستم رادیه–گروه شمع است.

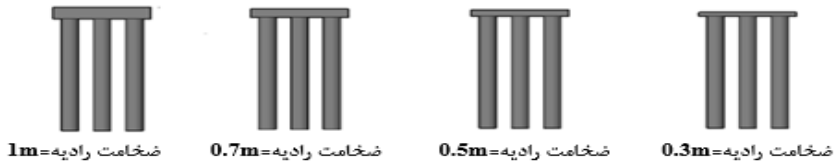


شکل ٦. حالت‌های آرایش پی رادیه–شمع با طول شمع‌های متغیر (واحد: متر)

ضخامت پی پارامتر دیگری است که در این پژوهش بررسی شده است. از این لحاظ که با افزایش ضخامت پی، افزایش تنش قائم وارد بر خاک را در پی دارد، اهمیت این پارامتر در مقادیر نشست، لنگر و بار شمع‌ها نمایان می‌شود. بدین سبب آرایش پیش‌فرض شمع‌ها با

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

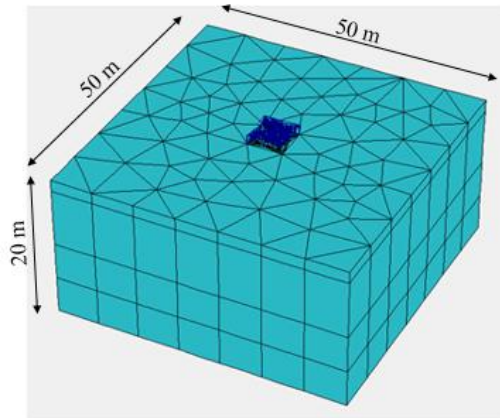
عنوان چیدمان اول در تحلیل مورد نظر قرار گرفته است و ضخامت‌های ۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر برای این منظور درنظر گرفته شده‌اند. هدف از این کار بررسی میزان نشست، لنگر و بار سیستم مرکب، در ضخامت‌های متفاوت پی گسترده است. ضخامت‌های مختلف رادیه در سیستم پی–شمع در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۷. حالت‌های آرایش پی رادیه–شمع با طول شمع‌های متغیر (واحد: متر)

۳. مدل‌سازی

انواع خاصی از المان‌ها برای مدل‌سازی رفتار سازه‌ای سیستم رادیه–شمع استفاده شده‌اند. برای پی گسترده از المان صفحه استفاده شده است. المان‌های صفحه، ٦گرهی مثلثی با شش درجهٔ آزادی در هرگره هستند. در این پژوهش از المان شمع مدفون برای مدل کردن شمع‌ها استفاده شده است. المان شمع‌های مدفون، عناصر سازه‌ای هستند که به‌وسیلهٔ پلکسیس توسعه یافته‌اند و مانند المان تیر مدل می‌شوند.



شکل ۸. جزءبندی سه‌بعدی مدل

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

با تولید مش سه‌بعدی (شکل ۸)، فرآیند مدل سازی هندسه سیستم کامل می‌شود. بر این اساس باید محاسبات مربوط به هندسهٔ موردنظر، در فازهای مشخصی تعریف و کامل شود تا با توجه به آن‌ها، فرآیند تحلیل نهایی برای حصول نتایج انجام شود. جدول ۵ فازهای محاسباتی مربوط به سیستم پی- شمع بررسی شده در پژوهش حاضر را نشان می‌دهد که به ترتیب و با توضیحات آورده شده‌اند.

جدول ۵. تجزیهٔ مرحله به مرحله محاسبات در تحلیل اجزای محدود سیستم مرکب

ردیف	فازهای محاسبات	توضیحات	بار گسترده وارد بر پی
۱	Initial phase	اعمال تنش‌های اولیه	-
۲	Excavation to depth o f 2m below ground level	خاک‌برداری تا عمق مورد نظر	-
۳	Installation of piles	نصب شمع‌ها	-
٤	Application of weight of raft as uniform load on subsoil	اعمال بار یک‌نواخت به خاک به‌عنوان وزن پی	۲۰
٥	Installation of raft	نصب پی	۲۰
٦	Loading of raft	بارگذاری پی	۱۰۰

٤. صحت‌سنجی

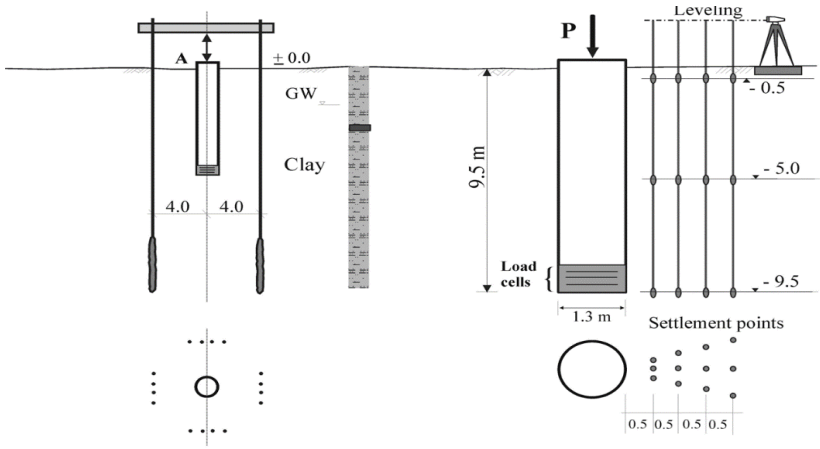
به‌منظور صحت‌سنجی نتایج نرم افزار، یک آزمون بارگذاری شمع تحلیل شده است. رفتار شمع تکی با استفاده از نرم افزار پلکسیس سه‌بعدی فونداسیون تحلیل شده است.

یک برنامه پژوهشی گسترده مربوط به گمانه‌های در خاک رس پیش تحکیم یافته به‌وسیلهٔ سامر و همبچ، به‌منظور بهینه‌سازی طراحی پی پل یک بزرگراه در کشور آلمان، انجام گرفته است [۳۷]. سلول‌های بارگذاری در نوک شمع برای اندازه‌گیری باری که مستقیماً بر آن وارد می‌شود، نصب شده بودند. شکل ١٤ طرح چیدمان و جزئیات آزمایش بارگذاری شمع را نشان می‌دهد.

تراز آب زیرزمینی حدود ۳/۵ متر پایین‌تر از سطح زمین قرار دارد. شمع به‌کار رفته دارای قطر ۱/۳ متر و طول ۹/۵ متر است که به‌صورت کامل در رس پیش تحکیم یافته قرار گرفته

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

است. سیستم بارگذاری شامل دو جک هیدرولیکی است که در مقابل یک تیر واکنشی (عکس‌العمل) کار می‌کنند، این تیر واکنشی به‌وسیلهٔ ۱۶ مهار نگه‌داری می‌شود. این مهارها به‌صورت قائم در عمق ۱۵ تا ۲۰ متری زیر سطح زمین و در یک فاصله‌ی حدود ٤ متر از شمع مورد آزمایش، به‌منظور کوچک‌سازی اثر اندرکنش متقابل بین شمع آزمایش شده و سیستم واکنشی، نصب شده بودند [۳۷].



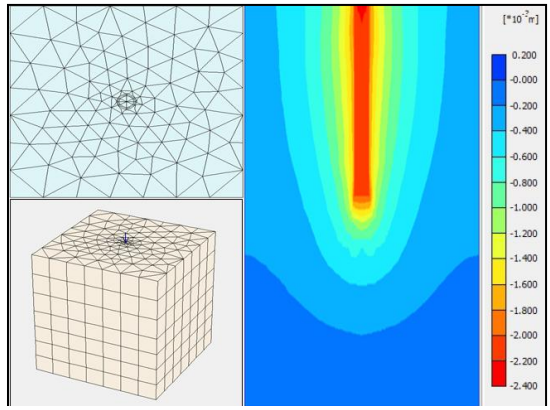
شکل ۹. آزمون بارگذاری شمع (سمت چپ) ونقاط اندازه‌گیری (سمت راست) [۳۷]

یک شبکه اجزای محدود با ابعاد طول و عرض ۲۰×۲۰ متر و عمق ۲۰ متر، استفاده شده است. در مرکز خاک مدل شده، یک شمع با طول ۹/۵ متر و ضخامت ۱/۳ متر، مدل شده است. خاک به‌عنوان یک لایه‌ی رس نرم پیش تحکیم یافته تکی منطبق بر خصوصیات مشخص مصالح، مدل شده است. تراز آب زیرزمینی در ۳/۵ متر زیر سطح خاک قرار گرفته است. المان فصل‌مشترک در امتداد طول شمع مدل شده است. این المان فصل‌مشترک تا ۰/۵ متر زیر شمع، به‌منظور امکان انعطاف‌پذیری کافی در پیرامون نوک شمع، توسعه یافته است. شبکه جزءبندی دوبعدی و سه‌بعدی و هم‌چنین کانتور تغییرشکل پی- شمع به‌دست آمده در شکل ۳-۲۳ نشان داده شده است.

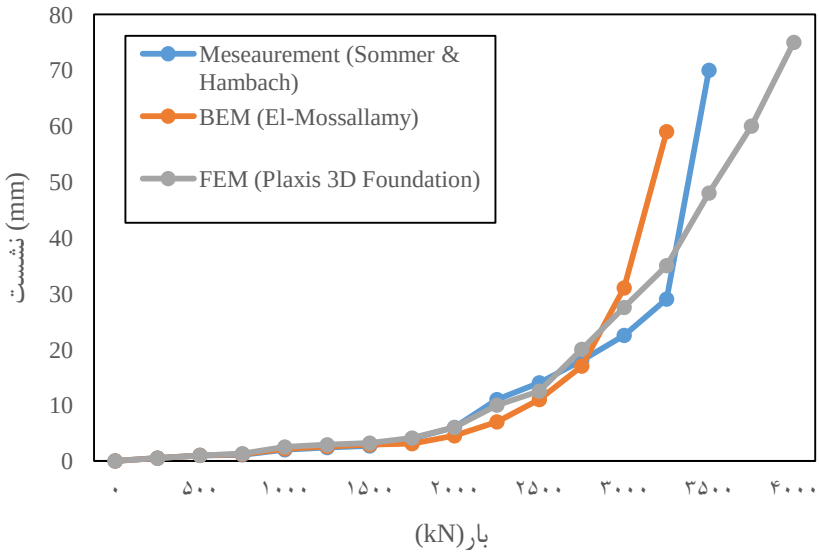
مطابق آن‌چه که از نمودارهای بار-نشست شکل ۳-۲٤ قابل مشاهده است، مقادیر نشست برای تجزیهٔ‌های عددی مختلف نظیر روش اجزای محدود، اجزای مرزی و هم‌چنین مقادیر

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

اندازه‌گیری شده نشست، مشخص شده است.



شکل ۱۰. جزءبندی دوبعدی و سه‌بعدی و کانتور تغییرشکل مدل تک شمع



شکل ۱۱. مقایسهٔ میان تجزیهٔ‌های عددی مختلف و صحت‌سنجی نتایج نرم‌افزار پلکسیس سه‌بعدی فونداسیون

منحنی بار–نشست مطالعه موردی حاضر با استفاده از نرم‌افزار پلکسیس سه‌بعدی فونداسیون، در این پژوهش نشان داده شده است که نتایج به‌دست آمده از تجزیهٔ اجزای

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

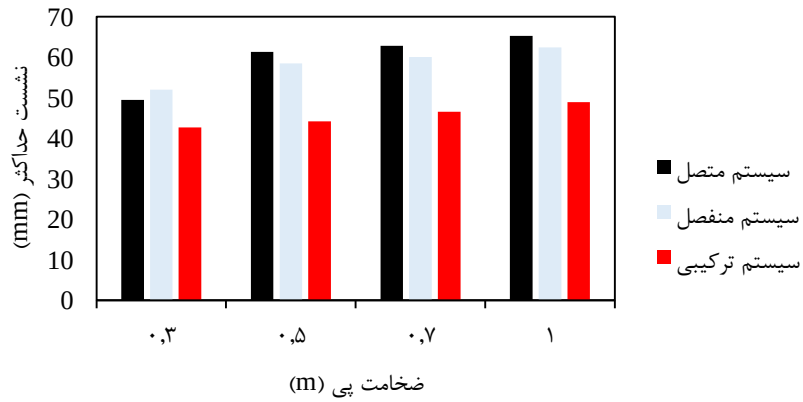
محدود حاضر، در محدودهٔ مقادیر به‌دست آمده از سایر روش‌ها است. بنابراین نتایج نرم‌افزار حاضر در مثال فوق صحت‌سنجی شد و می‌توان برای انجام تحلیل‌های اصلی پژوهش استفاده کرد.

نتایج و بحث

۱. ضخامت پی گسترده

ضخامت پی گسترده در سیستم مرکب، پارامتر دیگری است که عملکرد آن در برابر نشست پی سنجیده شده است. آرایش یک‌نواخت شمع‌ها در سیستم مرکب برای تجزیهٔ‌های این بخش در نظر گرفته شده است. نتایج تحلیل اجزای محدود نشست حداکثر، نشست متوسط، نشست تفاضلی، گشتاور خمشی و توزیع بار شمع‌ها در سیستم مرکب با ضخامت‌های متغیر ۰/۳، ۰/۵، ۰/۷ و ۱ متر، نشان داده است و نمودارهای مربوط به این نتایج مطابق ضخامت‌های پی مذکور و سیستم‌های مرکب مرسوم در پژوهش، در شکل‌های ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ آمده است.

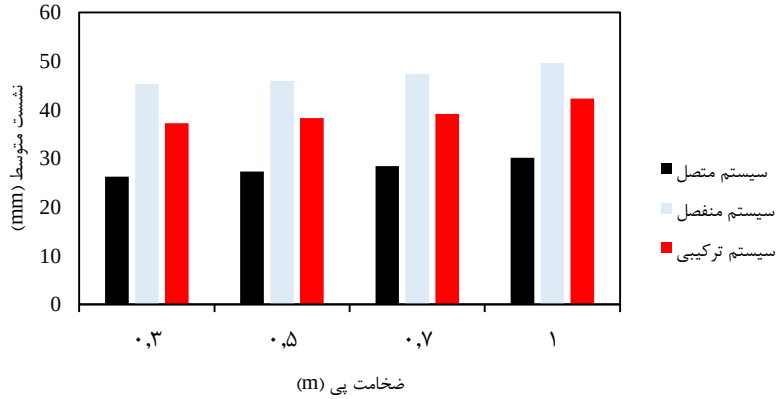
با افزایش ضخامت پی مقدار نشست حداکثر آن افزایش می‌یابد که البته این افزایش اندک است و خیلی در ضخامت‌های مختلف قابل توجه نیست. البته در سیستم متصل و منفصل ازدیاد ضخامت پی از ۰/۳ متر به ۰/۵ متر بوده است که به‌مقدار بیش‌تری رخ داده است.



شکل ۱۲. نمودار نشست حداکثر سیستم مرکب پی-شمع با ضخامت پی متغیر بر خاک دانه‌ای

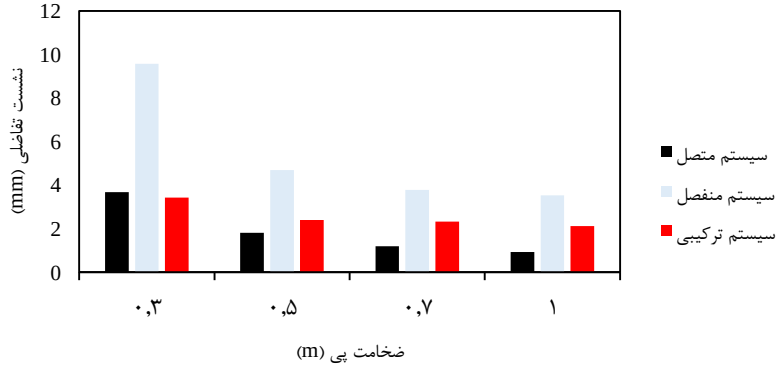
[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

به‌طورکلی می‌توان گفت که افزایش ضخامت اثر چشم‌گیری بر تغییرات نشست در نقاط مختلف پی نداشته است. لازم به ذکر است که نشست متوسط از میانگین نشست نقاط مرکز، کنار و گوشهٔ پی به‌دست آمده است.



شکل ۱۳. نمودار نشست متوسط سیستم مرکب پی-شمع با ضخامت پی متغیر بر خاک دانه‌ای

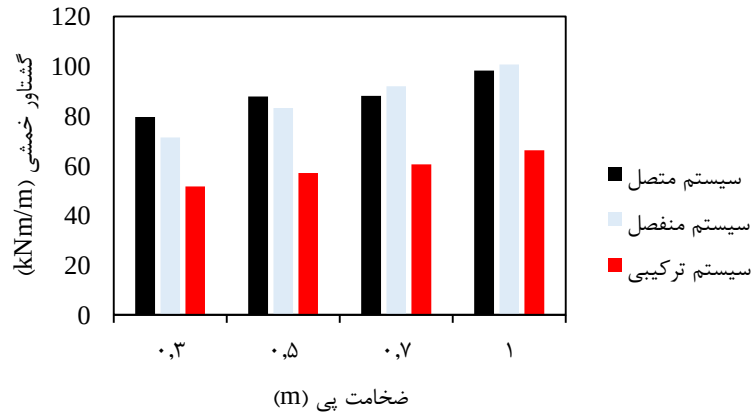
با افزایش ضخامت پی، کاهش نشست غیریکنواخت آن محسوس است اما عمده کاهش نشست در افزایش ضخامت پی از ۰/۳ متر به ۰/۵ متر رخ داده است و با توجه به این که ضخامت ۰/۳ متر ضخامت سیستم اولیه و استفاده شده در این پژوهش است، این کاهش نشست فراوان محتمل است.



شکل ۱٤. نمودار نشست تفاضلی سیستم مرکب پی-شمع با ضخامت پی متغیر بر خاک دانه‌ای

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

نمودارها بیان‌گر این مسئله هستند که با افزایش ضخامت پی و با توجه به افزایش وزن آن مقدار لنگر افزایش می‌یابد. این افزایش در سیستم مرکب با شمع‌های منفصل بیش از سایر سیستم‌ها در ضخامت اولیه لنگر حدود ٦٠ کیلونیوتن را ایجاد کرده و در ضخامت ۱ متر رادیه، این مقدار لنگر به بیش‌تر از ۱۰۰ کیلونیوتن رسیده است.



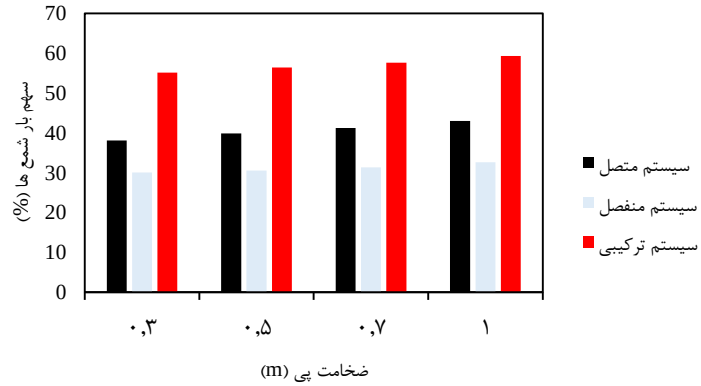
شکل ۱۵. نمودار گشتاور خمشی سیستم مرکب پی- شمع با ضخامت پی متغیر بر خاک دانه‌ای

مقادیر سهم بار شمع‌ها به کل بار وارده بر پی به مقدار اندکی افزایش یافته است که خیلی محسوس نیستو این فرضیه که تغییر در ضخامت پی سهم بار شمع‌ها دچار تغییر خاصی نمی‌کند را به‌طور قابل قبولی تأیید می‌کند.

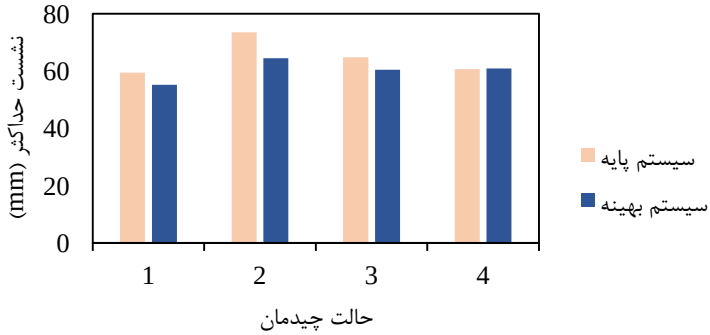
۲. طول شمع

در شکل‌های زیر مقادیر نشست و گشتاور وارد بر پی هم‌چنین توزیع بار شمع‌ها در سیستم پیشنهادی با شمع‌های متغیر "سیستم بهینه" (که با توجه به مبحث بهینه‌سازی، شمع‌های طویل و کوتاه به تناوب در گروه شمع به کار برده شده‌اند.) و سیستم پی-شمع با شمع‌های هم‌اندازه (که در این مبحث "سیستم پایه" خوانده می‌شود) مقایسه شده‌اند. نتایج تحلیل اجزای محدود نشست حداکثر، نشست متوسط، نشست تفاضلی، گشتاور خمشی و توزیع بار شمع‌ها در سیستم مرکب با در نظرگیری مقایسهٔ سیستم‌های پایه و بهینه شده مرکب، نمایش داده شده است و نمودارهای مربوط به این نتایج در شکل‌های ۲۲، ۲۳، ٢٤ و ۲۵ آمده است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]



شکل ۱۶. نمودار درصد سهم بار شمع‌ها به بار کل سیستم مرکب پی-شمع با ضخامت پی متغیر بر خاک دانه‌ای



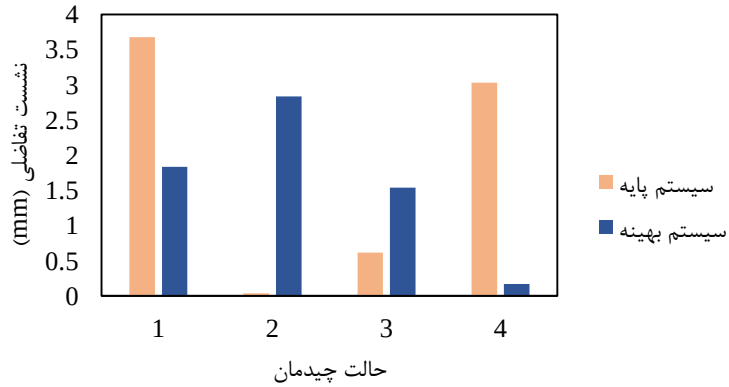
شکل ۱۷. مقایسه نمودار نشست حداکثر سیستم مرکب پی- شمع بهینه (با طول شمع‌های متغیر) و سیستم پایه (آرایش یک‌نواخت) بر خاک دانه‌ای

مشاهده می‌شود که در چیدمان‌های اول تا سوم در سیستم بهینه که شمع‌های مرکزی طویل‌تر هستند، نشست حداکثر روند کاهشی داشته است و در چیدمان چهارم نیز مقدار نشست در قیاس با سیستم پایه در حدود یک مقدار است.

مقایسه‌ای از سیستم مرکب پایه با طول شمع ۱۰ متر و سیستم پیشنهادی بهینه است که نشان می‌دهد سیستم بهینه در چیدمان‌های اول و چهارم به نسبت سیستم پایه (سیستم مرکب با آرایش یک‌نواخت) نشست غیریک‌نواخت رادیه را کاهش می‌دهد اما در چیدمان‌های دوم

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

و سوم با توجه به این‌که در گوشه‌های پی شمعی قرار نگرفته است نشست غیریک‌نواخت سیستم بهینه بیش‌تر از نشست سیستم پایه است. کم‌ترین نشست در سیستم بهینه در چیدمان چهارم و کم‌ترین این مقدار در سیستم پایه در چیدمان سوم (آرایش لوزی شکل شمع‌ها) است.

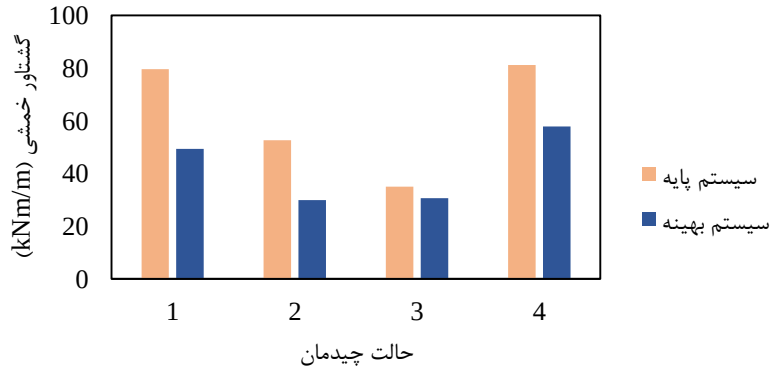


شکل ۱۸. مقایسهٔ نمودار نشست تفاضلی سیستم مرکب پی- شمع بهینه (با طول شمع‌های متغیر) و سیستم پایه (آرایش یک‌نواخت) بر خاک دانه‌ای

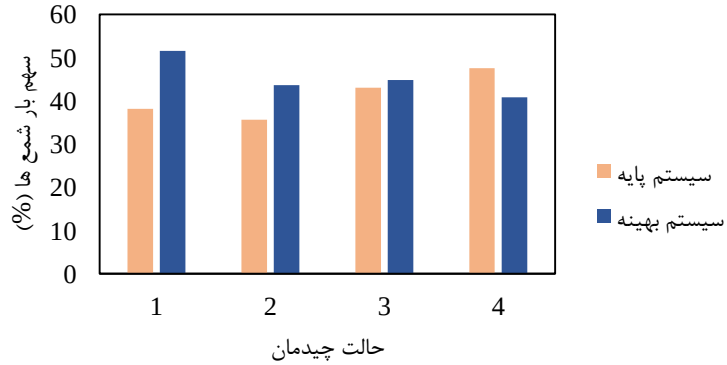
چنان‌که از شکل می‌توان فهمید، مشخص است که اعمال تغییرات در طول شمع پی در قالب سیستم بهینه منجر به کاهش مقدار لنگر اعمالی بر پی در تمام چیدمان‌ها شده است که البته این مقدار کاهش در سیستم با چیدمان سوم با شمع‌های متمرکز در وسط پی، به میزان اندکی بوده است. در مجموع قرارگیری شمع‌های طویل‌تر در مرکز پی و کاهش طول شمع‌های پیرامون، تاثیر به‌سزایی در کاهش لنگر وارد بر پی داشته‌اند.

مطابق شکل در سیستم‌های مرکب با چیدمان‌های اول، دوم و سوم، سیستم بهینه اثر سودمندی بر افزایش سهم باربری شمع‌ها داشته‌اند اگرچه به‌ترتیب نتایج این چیدمان‌ها، اثر مفید سیستم بهینه در آن‌ها کم‌رنگ‌تر شده است. اما در سیستم مرکب بهینه با چیدمان چهارم سهم باربری شمع‌ها به بار کل در قیاس با همین مقدار در سیستم پایه، مقدار کم‌تری بوده است و این استدلال مطرح می‌شود که موقعیت قرارگیری پراکنده شمع‌ها و نبود چیدمان منسجم و متمرکز به مانند دیگر چیدمان‌ها دلیلی برای این مسئله است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]



شکل ۱۹. مقایسهٔ نمودار گشتاور خمشی سیستم مرکب پی- شمع بهینه (با طول شمع‌های متغیر) و سیستم پایه (آرایش یک‌نواخت) برخاک دانه‌ای



شکل ۲۰. مقایسهٔ نمودار سهم بار شمع‌ها به کل بار سیستم مرکب پی- شمع بهینه (با طول شمع‌های متغیر) و سیستم پایه (آرایش یک‌نواخت) بر خاک دانه‌ای

نتیجه‌گیری

- در سیستم رادیه مرکب ترکیبی آرایش‌های یک‌نواخت و قطری شمع‌ها سبب عملکرد مثبت سیستم در کاهش نشست حداکثر پی شده است. نشست تفاضلی پی با آرایش متمرکز شمع‌ها، کم‌ترین مقدار بوده است. همین‌طور لنگر خمشی وارد بر پی در آرایش لوزی، کم‌تر از سایر آرایش‌ها بوده است. درصد سهم باربری شمع‌ها در

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

آرایش‌های گوناگون بدین‌صورت بوده است که آرایش‌های پایه و لوزی شمع‌ها با مقداری بیش از ۵۰ درصد، بیش‌ترین مشارکت در باربری سیستم مرکب را داشته‌اند.

- سیستم پی–شمع ترکیبی با استفاده از شمع‌های متصل به رادیه و منفصل از آن به‌طور هم‌زمان در زیر پی باعث عملکرد بسیار مناسب سیستم مرکب در کاهش نشست حداکثر پی، کاهش نشست‌های غیریک‌نواخت پی، کاهش مقدار لنگر خمشی اعمالی بر پی، و افزایش درصد سهم باربری شمع‌ها به کل بار وارد بر سیستم مرکب، شده است.
- هم‌چنین مشخص شد که استفاده از شمع‌های طویل در مرکز و شمع‌های کوتاه‌تر در پیرامون پی سبب کاهش نشست حداکثر و نشست‌های غیریک‌نواخت پی شده و کاهش چشم‌گیر لنگر وارد بر پی را به موجب شده است. و در کنار این‌ها سبب افزایش باربری شمع‌ها در سیستم مرکب شده است.
- افزایش ضخامت پی باعث ازدیاد نشست حداکثر پی، نشست متوسط پی، لنگر خمشی وارد بر پی شده است. و اثرات مثبت افزایش ضخامت پی، کاهش نشست‌های غیریک‌نواخت پی و افزایش مشارکت شمع‌ها در باربری هسند. که این نتیجه به‌دلیل افزایش جرم رادیه و صلبیت آن مورد انتظار بوده است.

منابع

۱. اسلامی ا.، رنجبر م.م.، ریاضی ط.، ویس‌کرمی م.، "پی‌های گسترده؛ تحلیل، طراحی و عملکرد. رشت"، انتشارات دانشگاه گیلان (۱۳۸۵).

2. Nguyen D. D. C., Jo S. B., Kim D. S., "Design method of piled-raft foundations under vertical load considering interaction effects", Journal of Computers and Geotechnics, Vol. 47 (2013) 16-27.
3. Randolph M. F., "Design Methods for Pile Groups and Piled Rafts", Paper presented at the 13th International Conference on Soil Mechanics

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

and Foundation Engineering (ICSMFE) (1994).

4. Hemsley J. A., "Design applications of raft foundations", Reston: Thomas Telford (2000).
5. Poulos H. G., Small J. C., Ta L. D., Sinha J., Chen L., "Comparison of some Methods for Analysis of Piled Rafts", Paper presented at the 14th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Hamburg (1997).
6. Poulos H. G., Davis E. H., "Pile foundation analysis and design", New York: John Wiley & Sons (1980).
7. Burland J. B., "Piles as Settlement Reducers. In Proceedings of 19th National Italian Geotechnical Conference, Pavia, Italy (1995).
8. Poulos H. G., "DEFPIG users manual", Australia: University of Sydney (1990).
9. Clancy P., Randolph M. F., "An Approximate Analysis Procedure for Piled raft Foundations. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 17 (12) (1993) 849-869.
10. Poulos H. G., "An Approximate Numerical Analysis of Pile-raft Interaction", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 18, No. 2 (1994) 73-92.
11. Viggiani C., "Pile Groups and Piled Rafts Behaviour", Proceedings of the 3rd international geotechnical seminar on deep foundations on bored and auger piles, Ghent (1998) 77-94.
12. Anagnostopoulos C., Georgiadis M., "A Simple Analysis of Piles in Raft Foundations", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 29 No. 1

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

(1998) 71-83.

13. Butterfield R., Banerjee P. K., "The Elastic Analysis of Compressible Piles and Pile Groups", Geotechnique, Vol. 21, No. 1 (1971) 43-60.
14. Brown P. T., Wiesner T. J., "The Behaviour of Uniformly Loaded Piled Strip Footings", Journal of Soils and Foundations, Vol. 15, No. 4 (1975) 13-21.
15. Kuwabara F., "An Elastic Analysis for Piled Raft Foundations in a Homogeneous Soil", Journal of Soils and Foundations, Vol. 28, No. 1 (1989) 82-92.
16. Sinha J., "Piled Raft Foundations Subjected to Swelling and Shrinking Soils", (Doctoral dissertation) University of Sydney, Australia (1997).
17. Hain S. J., Lee I. K., "The Analysis of Flexible Raft-Pile Systems", Journal of Geotechnique, Vol. 28, No. 1 (1978) 65-83.
18. Ta L.D., Small J. C., "Analysis of Piled Raft Systems in Layered Soils", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 20, No. 1 (1996) 57-72.
19. Franke E., Lutz B., El-Mossallamy Y., "Measurements and Numerical Modelling of High-Rise Building Foundations on Frankfurt Clay", In Vertical and Horizontal Deformations of Foundations and Embankments, ASCE, Vol. 40, No. 2 (1994) 1325-1336.
20. Gianpiero R., "Factors Controlling Soil-structure Interaction for Piled-rafts", Paper presented at the International Conference on Soil-Structure Interaction in Urban Civil (1998).
21. Desai C. S., "Numerical Design Analysis for Piles in Sands", Journal of

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 100, No. 6 (1974) 613-635.

22. Hooper J. A., "Review of Behaviour of Piled Raft Foundations", London: Construction Industry Research and Information Association (CIRIA), (1974).
23. Hewitt P., Gue S. S., "Piled Raft Foundation in a Weathered Sedimentary Formation", Proceedings of the Geotropika, (1994) 1-11.
24. Zhuang G. M., Lee I. K., Zhao X. H., "Interaction Analysis of Behavior of Raft-pile Foundation", In Proceedings of International Conference on Geotechnical Engineering for Coastal Development-theory & Practice on Soft Ground (1991).
25. Lee I. K., "Analysis and Performance of Raft and Raft-Pile Systems", Paper presented at the 3th International Conference Case History in Geotechnical Engineering, Australia, St. Louis: University of New South Wales (1993).
26. Katzenbach R., Arslan U., Moormann C., Reul O., "Piled Raft Foundation-Interaction Between Piles and Raft", Journal of Darmstadt Geotechnics, Vol. 4 No. 2 (1998) 279-296.

۲۷. صالحی ملکشاه س.، و اسلامی، ا.، "عملکرد ژئوتکنیکی سیستم رادیه‌مرکب با ملاحظهٔ متغیرهای شمع‌های منفصل "، نشریهٔ علمی پژوهشی مهندسی عمران شریف، ۲-۲۹(٤) (۱۳۹۲) ٤٤-۳۷.

۲۸. سعیدی عزیزکندی ع.، کمک پناه ع.، صفی‌خانی س.، "بررسی آزمایشگاهی و عددی پی‌های رادیه شمع تحت بارگذاری لرزه‌ای"، نشریهٔ علمی پژوهشی سد و نیروگاه برق آبی، ۲ (٤) (۱۳۹٤) ۱-۱۰.

29. Tradigo F., Pisanò F., Di Prisco C., "On the Use of Embedded Pile Elements for the Numerical Analysis of Disconnected Piled Rafts",

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]
[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]

Journal of Computers and Geotechnics, Vol. 72, (2016) 89-99.

30. Huang M., Liang F., Jiang J., "A Simplified Nonlinear Analysis Method for Piled Raft Foundation in Layered Soils under Vertical Loading", Journal of Computers and Geotechnics, Vol. 38, No. 7 (2011) 875-882.
31. Cho J., Lee J. H., Jeong S., Lee J., "The Settlement Behavior of Piled Raft in Clay Soils", Journal of Ocean Engineering, Vol. 53 (2012) 153-163.
32. El-Garhy B., Abdel Galil A., Youssef A. F., Abo Raia M., "Behavior of Raft on Settlement Reducing Piles: Experimental Model Study", Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 5, No. 5 (2013) 389-399.
33. Nguyen D. D. C., Kim D. S., Jo S. B., "Parametric Study for Optimal Design of Large Piled Raft Foundations on Sand", Journal of Computers and Geotechnics, Vol. 55 (2014) 14-26.
34 Mendoza C. C., Cunha R., Lizcano A., "Mechanical and Numerical Behavior of Groups of Screw (Type) Piles Founded in a Tropical Soil of the Midwestern Brazil", Journal of Computers and Geotechnics, Vol. 67 (2015) 187-203.
35. Park D., Park D., Lee J., "Analyzing Load Response and Load Sharing Behavior of Piled rafts Installed with Driven Piles in Sands", Journal of Computers and Geotechnics, Vol. 78 (2016) 62-71.
36. Lee S., Moon J. S., "Effect of Interactions Between Piled raft Components and Soil on Behavior of Piled Raft Foundation", KSCE Journal of Civil Engineering, Vol. 21, No. 1 (2016) 243-252.

37. Sommer H., Hambach P., "Großpfahlversuche im Ton für die Gründung der Talbrücke Alzey", Der Bauingenieur, Vol. 49 (1974) 310-317.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1398.13.2.3.6]

[DOI: 10.18869/acadpub.jeg.13.2.261]