بررسی آزمایشگاهی اثرات ضخامتِ قطعه در چقرمگی شکست مواد سنگی در حالت بارگذاری مود II خالص

جواد اکبردوست، جمال بیدادی؛
دانشگاه خوارزمی، دانشکدهٔ فنی و مهندسی، گروه مهندسی مکانیک

تاریخ: دریافت ۹۸/۰۱/۲۶ پذیرش ۹۸/۰۲/۲۴

چکیده

بررسی شکست توده‌های سنگی، همواره مورد توجه مهندسان عمران، معدن و مکانیک بوده است. چنان‌چه در قطعات سنگی، ترکی وجود داشته باشد، اهمیت موضوع شکست قطعات سنگی را دوچندان می‌کند. در این راستا، از چقرمگی شکست به‌عنوان یکی از خواص مکانیکیِ مواد سنگی برای تخمین استحکام سازه‌های سنگی ترک‌دار استفاده می‌شود. مقدار چقرمگی شکست، با انجام آزمایش‌های استاندارد روی قطعات ترک‌دار سنگی محاسبه می‌شود. یکی از نکات مهم در محاسبهٔ مقدار چقرمگی شکست، ابعاد قطعهٔ آزمایش شده است. ضخامت قطعه به‌عنوان بُعد خارج صفحه‌ای، نقش مهمی در مقدار چقرمگی شکست دارد که کم‌تر به آن توجه شده است. بنابراین، در این مقاله، اثرات ضخامت در مقدار چقرمگی شکست قطعات سنگی هم در حالت بارگذاری مود I و هم در حالت بارگذاری مود II به‌صورت آزمایشگاهی بررسی می‌شود. برای این منظور، از قطعهٔ نیم دیسک با ترک - لبه‌ای تحت بار خمشی متقارن و نامتقارن استفاده شده است. قطعات آزمایش شده دارای شعاع ثابت و ضخامت‌های متغییر است. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با افزایش ضخامتِ قطعه، مقدار چقرمگی شکست تا ضخامت خاصی روند صعودی دارد، اما بعد از آن ضخامتِ خاص، روند کاهشی پیدا می‌کند. اختلاف مقادیر چقرمگی شکست در روند کاهشی، زیاد نبوده و می‌توان مقدار تقریباً ثابتی برای چقرمگی شکست در نظر گرفت. هم‌چنین، انحنای مسیر رشد ترک در حالت مود II خالص با افزایش ضخامت قطعه بیش‌تر می‌شود.

واژه‌های کلیدی: چقرمگی شکست، مواد سنگی، ضخامت قطعه، مسیر رشد شکست، بارگذاری مود خالص I و II

*نویسنده مسئول Akbardoost@khu.ac.ir

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

مقدمه

وجود ترک‌ها و ناپیوستگی‌های هندسی در ساختار مواد طبیعی مانند سنگ و بتن امری اجتناب‌ناپذیر است که سبب کاهش ظرفیت بارپذیری آن‌ها شده و در نتیجه فرایند تخریب آن‌ها را تسریع می‌کند. علم مکانیک شکست همواره از دو دیدگاه، سازه‌های ترک‌دار را بررسی می‌کند. ۱. محاسبهٔ میزان بارپذیری سازه و راستاهای رشد ترک ۲. محاسبهٔ میزان رشد ترک در برابر بارگذاری‌های مفروض. به‌عنوان مثال، در حفاری چاه‌های نفتی و تونل‌های زیرزمینی مترو همواره یافتن راهکارهایی برای محاسبه راستاهایی که در آن‌ها توده‌های سنگی راحت‌تر می‌شکنند، علاوه بر کاهش استهلاک دستگاه‌های حفاری، مقدار هزینه‌های مصرفی را نیز کاهش می‌دهد. هم‌چنین در سازه‌هایی مانند پایه پل‌های بتنی یا دیواره و دهانه تونل‌ها، همواره یافتن محل‌های ضعیف و مستعد رشد ترک در سازه، می‌تواند برای ایجاد تمهیداتی در تقویت و مقام سازی آن‌ها به‌وسیلهٔ اتصالات، سودمند باشد. بسته به راستاهای قرارگیری ترک‌ها و راستای بارگذاری، چنان‌چه لبه‌های ترک بدون هیچ‌گونه لغزشی از هم باز شوند مود I بارگذاری و در صورتی که لبه‌های ترک بدون بازشدگی و یا فشردگی، تنها در داخل صفحه ترک روی هم بلغزند مود II بارگذاری رخ می‌دهد. گام اول در بررسی مقاومت شکست مواد سنگی در برابر رشد ترک، محاسبه مقاومت ماده در برابر رشد ترک است. برای این منظور می‌توان از پارامتری بنام چقرمگی شکست استفاده کرد. این پارامتر، به‌نوعی، میزان مقاومت سنگ در برابر رشد ترک در حالت بارگذاری کششی را بیان می‌کند و عموماً برای قطعات ترک‌دار در حالت بارگذاری مود I خالص به‌دست می‌آید. برای محاسبهٔ چقرمگی شکست، آزمایش‌هایی روی قطعات ترک‌دار با هندسه و ابعاد مشخص از جنس سنگ مورد نظر انجام می‌گیرد. تاکنون تحقیقات وسیعی در مورد شکست قطعات سنگی به‌ویژه در حالتی که ترک در آن‌ها وجود داشته باشد، انجام شده است [۱]–[۱۰]. نتایج آزمایشگاهی نشان از تغییرات معناداری در چقرمگی شکست مودهای I و II با تغییر ابعاد قطعه می‌دهد، به‌طوری‌که با بزرگ‌تر شدن ابعاد قطعه چقرمگی شکست نیز افزایش می‌یابد [۱۱]–[۱٦]. تاکنون معیارهای شکست متعددی برای بررسی اثرات اندازه بر اساس تنش نامی

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

(σ_N) قطعه در لحظه شکست [۱۷]-[۲۰] و هم‌چنین چقرمگی شکست (K_{IC}) [۲۱]-[۲۳] ارائه شده است. به‌عنوان مثال بازانت [۲۰] معیاری را برای بررسی ارتباط بین ابعاد قطعه با تنش نامی شکست ارائه کرده است که به قانون اثرات اندازه بازانت معروف است. هم‌چنین اکبردوست و همکاران [۲۲]، [۲٤] به ارائهٔ معیاری بر اساس تنش محیطی بیشینه با در نظرگیری ترم‌های مرتبهٔ بالاتر تنش برای بررسی ارتباط بین چقرمگی شکست قطعات ترک‌دار در حالت مود I و II خالص پرداخته‌اند. یکی از مواردی که باید در محاسبهٔ چقرمگی شکست مورد توجه قرار گیرد، ضخامت یا بعد خارج از صفحه قطعهٔ ترک‌دار است، به‌طوری‌که استانداردهای موردنظر، پس از بررسی‌های آزمایشگاهی دقیق، برای آن حدودی را مشخص می‌کنند. بازانت در [۲۵] بیان کرد که ضخامت یا بُعد خارج از صفحه، تأثیری در معیار اثرات اندازه ندارد به‌گونه‌ای که در آزمایش تیرهای بتنی، عرض و طول تیر به‌طور متناسب تغییر می‌کند، اما ضخامت آن ثابت می‌ماند. هم‌چنین، بازانت و کاظمی در بیان کرد که می‌توان از معیار اثرات اندازه برای قطعات با ضخامت یا بُعد خارج از صفحهٔ ثابت استفاده کرد [۲٦]. در مورد اثرات ضخامت قطعه روی مقدار چقرمگی شکست مواد سنگی و یا مواد مشابه مانند بتن و آسفالت، تاکنون تحقیقات مختصری انجام شده است. به‌عنوان مثال، لیم و همکاران [۲۷] اثرات ضخامت بر چقرمگی شکست یک نوع سنگ را با استفاده از نمونه‌های نیم دیسک خمشی سه نقطه‌ای با ترک لبه‌ای[1] (SCB) برای دو قطر متفاوت ۹۵ م.م (ضخامت بین ٤۳/۹-۱۱/۹ م.م) و ۱٤٤ م.م (ضخامت بین ٤۸/۳-۱۸/۲م.م) بررسی کرده‌اند. ایشان نشان دادند که با افزایش ضخامت نمونه‌ها تغییر محسوسی در چقرمگی شکست مود I مشاهده نمی‌شود. هم‌چنین اعلام کردند برای نمونه‌های بزرگ‌تر هر چند یک وابستگی کم با ضخامت وجود دارد اما این نتایج محدود، قطعی به‌نظر نمی‌رسد. آیت اللهی و همکاران [۲۸] با انجام آزمایش روی نمونه‌های نیم دیسک خمشی از جنس سنگ مرمریت هرسین در چهار ضخامت (٤۰ ، ۳۰، ۲۰،۱۰ م.م.) و نسبت‌های مختلف طول ترک نشان دادند با افزایش ضخامت نمونه‌ها، مقدار چقرمگی شکست ظاهری کاهش می‌یابد

1. Semi-circular bend (SCB)

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

و از ضخامت ۲۵ م.م. تقریباً چقرمگی شکست نمونه‌ها ثابت می‌ماند. کارلونی و همکارانش [۲۹] روی تیرهای بتنی با ترک لبه‌ای برای دو عرض ۷۰ و ۱۵۰ م.م با ضخامت‌های مختلف (۱۵۰، ۷۰ ، ۳۵ م.م) بررسی آزمایشگاهی انجام دادند و اعلام کردند که برای نمونه‌های با عرض کوچک‌تر، وابستگی به ضخامت وجود دارد. استوارت و همکارانش [۳۰] اثرات ضخامت بر چقرمگی شکست مواد آسفالتی گرم را به‌کمک نمونه‌های دیسکی شکل تحت کشش با ترک لبه‌ای[1] که دارای نسبت قطر به ضخامت متنوع بین ٤/٤–١/٤٦ است، بررسی کردند. آنها نشان دادند که ضخامت قطعه در شرایط تنش صفحه‌ای و یا کرنش صفحه‌ای تأثیرگذار بوده است و بنابراین، مقادیر چقرمگی شکست آسفالت به ضخامت قطعه وابستگی دارد و با افزایش ضخامت نمونه‌ها، افزایش می‌یابد. هم‌چنین با استفاده از استاندارد ASTM[2] نشان داده شده است که چقرمگی شکست ظاهری آسفالت گرم در دمای ۲۷ درجه با نسبت‌های قطر به ضخامت مورد آزمایش، هیچ‌گاه به شرایط کرنش صفحه‌ای نمی‌رسند. علیها و ثقفی [۳۱] به‌صورت عددی به بررسی اثرات ضخامت و ضریب پوآسون در محاسبهٔ ضرایب شدت تنش و ترم دوم بسط سری تنش پرداختند و بیان کردند که ضرایب محاسبه شده در حالت دوبعدی، از مقدار مربوط به تحلیل سه‌بعدی کم‌تر است و تأثیرات این دو پارامتر برای حالت مود I بیش‌تر از بارگذاری مرکب است. هم‌چنین نشان داده‌اند که با افزایش ضخامت قطعه ترم دوم تنش کاهش می‌یابد و همواره ضریب شدت تنش مود I مستقل از ضخامت قطعه است.

در حالت بارگذاری مود II خالص، تاکنون تحقیقات متعددی در خصوص بررسی شکست مواد سنگی انجام شده است [۳۲]–[۳٦]. به‌عنوان مثال، آیت‌الهی و علیها [۳۳] به بررسی چقرمگی شکست مواد سنگی در حالت مود II بارگذاری برای نمونه نیم دیسک با استفاده از معیار اصلاح شده تنش محیطی بیشینه پرداختند و رفتار شکست مواد سنگی تحت مود II بارگذاری را به‌وسیلهٔ این معیار پیش‌بینی کرده‌اند. در مورد بررسی اثرات اندازه

1. Disk-shaped compact tension (DCT)
2. American Society of Testing Material (ASTM)

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

(عموماً اندازهٔ داخل صفحه‌ای مدنظر بوده است) در حالت بارگذاری مود II و حتی بارگذاری مرکب تحقیقات نسبتاً زیادی صورت گرفته است [۱۱]، [۱۳]، [۲٤]، ولی تاکنون، فعالیتی برای بررسی مستقیم اثرات ضخامت روی چقرمگی شکست مواد سنگی در حالت بارگذاری مود II صورت نگرفته است. بنابراین، در این مقاله، اثرات ضخامت قطعه ترک‌دار بر چقرمگی شکست مود II خالص بررسی می‌شود. در این راستا، نمونه‌هایی به‌صورت نیم دیسک با ترک لبه‌ای که همگی آن‌ها شعاع ثابتی دارند، اما ضخامت آن‌ها متفاوت است، از سنگ مرمریت قروه تهیه شد. سپس، با آزمایش آن‌ها در دو حالت مود I و مود II خالص، اثرات ضخامت بر مقدار چقرمگی شکست بررسی می‌شود. در انتها، نشان داده می‌شود که با افزایش ضخامت قطعه، مقدار چقرمگی شکست افزایش می‌یابد. هم‌چنین، در ضخامت‌های بیش‌تر از ۵۰ م.م. مقدار چقرمگی شکست تقریباً ثابت است و می‌توان بیان کرد که مقدار چقرمگی شکست، از یک ضخامت مشخص به بعد، به ضخامت قطعه وابستگی ندارد.

۲. آزمایش شکست نمونه‌های سنگی

مواد سنگی در برابر تنش‌های کششی، نسبت به تنش‌های فشاری و برشی ضعیف هستند. از این‌رو، اغلب آزمایش‌های انجام شده روی قطعات سنگی برای به‌دست آوردن خواص مکانیکی، به‌صورت فشاری انجام می‌شود. یکی از نمونه‌هایی که اخیراً برای انجام آزمایش چقرمگی شکست مواد سنگی به‌وسیلهٔ انجمن بین‌المللی سنگ[1] پیشنهاد شده است [۳۷] نمونهٔ نیم‌دیسک با ترک لبه‌ای است (SCB) که تحت بار خمش سه‌نقطه قرار می‌گیرد. قطعهٔ SCB دارای مزایای مانند هندسهٔ ساده که به‌راحتی می‌توان با برش از مغزه‌های سنگی تهیه کرد، بارگذاری ساده و سهل‌الوصول که در اغلب آزمایشگاه‌های خواص مکانیکی وجود دارد، ایجاد حالت‌های مختلف بارگذاری از مود I خالص تا مود II خالص با ساده‌ترین روش‌ها که در ادامه به آن اشاره می‌شود، دارای روش ساده برای ایجاد ترک و محاسبات نسبتاً ساده برای به‌دست آوردن پارامترهای شکست است.

1. International society of rock mechanics (ISRM)

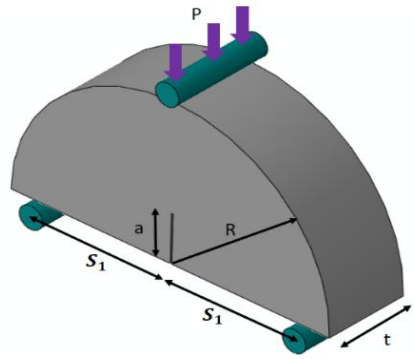
[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

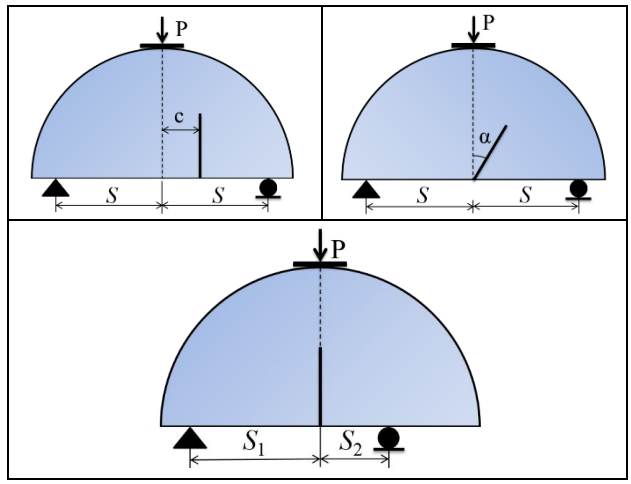
شکل ۱ شمایی از قطعهٔ SCB را نشان می‌دهد. چنان‌که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، قطعهٔ SCB، نیم دیسکی با شعاع R و ضخامت t است که در لبهٔ آن ترکی به‌طول a ایجاد شده است. بارگذاری در این قطعه، به‌صورت خمش سه‌نقطه‌ای است. چنان‌چه ترک در راستای بار قرار گیرد و فاصلهٔ تکیه‌گاه نسبت به ترک به‌صورت یک‌سان باشد، صفحات ترک بدون هیچ‌گونه لغزشی از هم باز شده و حالت مود I بارگذاری را به‌وجود می‌آورد. برای بارگذاری مود II خالص و یا به‌طورکلی بارگذاری مرکب I/II، به سه طریق می‌توان قطعه SCB را آزمایش کرد: . فاصلهٔ تکیه‌گاه‌ها نسبت به ترک متقارن باشد، اما راستای ترک با راستای بار وارده زاویه داشته باشد، ۲. فاصلهٔ تکیه‌گاه‌ها نسبت به ترک یک‌سان، ترک موازی بار اِعمالی، اما در راستای بار نباشد و فاصله‌ای از مرکز نیم‌دیسک داشته باشد، ۳. ترک در راستای بار قرار گیرد، اما فاصلهٔ تکیه‌گاه‌ها متفاوت باشد. در شکل ۲ شماتیکی از حالات بیان شده، نشان داده شده است. برای هر کدام از این حالت‌ها، در یک شرایط خاصی متناسب با نسبت‌های ترک و فاصلهٔ تکیه‌گاه‌ها به شعاع قطعه، لبه‌های ترک بدون هیچ‌گونه بازشدگی و یا فشردگی، روی هم می‌لغزند و شرایط مود II خالص را ایجاد می‌کنند. برای حالت اول، یک زاویه خاص ترک، حالت دوم، مقداری خاصی از انحراف ترک نسبت به بار و حالت سوم اندازهٔ از فاصله‌های تکیه‌گاهی شرایط مود II خالص به‌وجود می‌آید. اکبردوست و راستین [۳۸]، به‌کمک تحلیل‌های اجزای محدود، شرایط خاصی که مود II برای هر سه حالت به‌وجود می‌آید، را محاسبه کردند. در این تحقیق، برای حالت بارگذاری مود II خالص، از حالت سوم استفاده شده است، و شرایط خاص مربوط به این حالت از مرجع [۳۸] استخراج شده است. جدول ۱ علاوه بر اندازه‌های قطعه، شرایط بارگذاری در حالت مود I و مود II خالص را نیز بیان می‌کند.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]



شکل ۱. شماتیکی از قطعهٔ SCB



شکل ۲. حالت‌های مربوط به بارگذاری مود ترکیبی I/II

جدول ۱.اندازهٔ قطعات آزمایش و شرایط بارگذاری مربوط

R	t	a	S_1	S_2	
۹۵	۱۵	۲۸/۵	۵۷	۵۷	Pure mode I
			۵۷	۱۱	Pure mode II
۹۵	۲۵	۲۸/۵	۵۷	۵۷	Pure mode I
			۵۷	۱۱	Pure mode II
۹۵	۵۰	۲۸/۵	۵۷	۵۷	Pure mode I
			۵۷	۱۱	Pure mode II
۹۵	۸۰	۲۸/۵	۵۷	۵۷	Pure mode I
			۵۷	۱۱	Pure mode II

ابعاد به میلی‌متر است.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

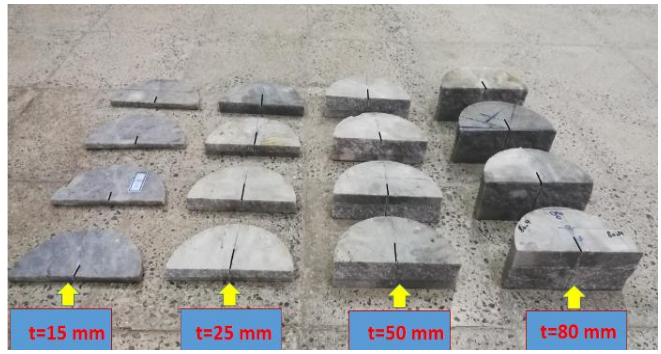
پس از تعیین ابعاد نمونه‌ها، قطعات نیم‌دیسک به‌وسیلهٔ دستگاه واترجت از ورق‌های سنگ مرمریت قروه با ضخامت‌های مورد نظر بریده شده‌اند. سپس، ترکی به‌طول تقریباً ۲۸/۵ م.م. در وسط نمونه‌های نیم‌دیسک، به‌کمک یک تیغه فولادی دوار با ضخامت ۰/۸ م.م.، قطر ۱۲۵ م.م. و شعاع محور ۲۲ م.م. ایجاد شده است. در شکل ۳ می‌توان نحوهٔ ایجاد ترک را مشاهده کرد. برای هر آزمایش چهار تکرار در نظر گرفته شده است که با توجه به چهار ضخامت مختلف، در مجموع ۱٦ نمونه در حالت مود I و ۱٦ نمونه دیگر برای حالت مود II تهیه و آماده برای آزمایش شد. در شکل ٤ نمونه‌های SCB با شعاع یک‌سان، اما ضخامت‌های مختلف نشان داده شده است. پس از آماده‌سازی، نمونه‌های SCB در دستگاه آزمایش یونیورسال به‌صورت خمش سه‌نقطه‌ای آزمایش شد (شکل ۵). ظرفیت دستگاه ۳۰۰ کیلونیوتن بوده است و آزمایش با سرعت بارگذاری ۰/۵ میلی‌متر بر دقیقه انجام شده است. پس از انجام آزمایش، بار شکستِ هر نمونه، از نمودار بار- جابه‌جاییِ ارائه شده به‌وسیلهٔ دستگاه، استخراج شده و مطابق با جدول ۲ ثبت شده است. در جدول ۲ مشاهده می‌شود که بار شکست در حالت بارگذاری مود II در تمامی موارد بیش‌تر از بار شکست در حالت مود I خالص است. این امر به این دلیل است که در حالت بارگذاری مود II، راستای بیشنه تنش اصلیِ کششی، با ترک زاویه دارد و برای این‌که مقدار آن به مقدار بحرانی برسد، نیاز به بار بیش‌تری است. مسیر رشد ترک در نمونه‌ها می‌تواند مؤید این مطلب باشد. شکل ٦ نیز، نمونه‌های SCB پس از آزمایش شکست را نشان می‌دهد. چنان‌که در این شکل مشاهده می‌شود، ترک در حالت مود I خالص به‌صورت مستقیم در راستای اولیه خود (راستایی که بیشنه تنش اصلی کششی قرار دارد)، رشد می‌کند. در صورتی‌که، مسیر رشد ترک برای حالت بارگذاری مود II خالص، به‌صورت منحنی است و با ضخامت قطعه انحنای مسیر رشد ترک بیش‌تر نیز می‌شود. در ادامه به بررسی نتایج آزمایش‌ها می‌پردازیم.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

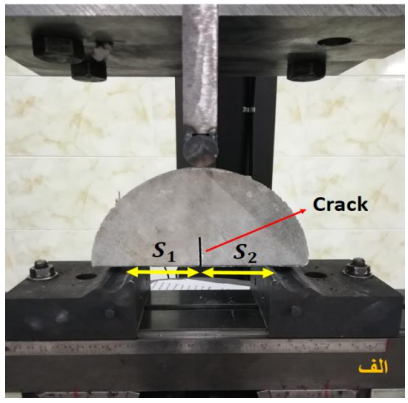
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

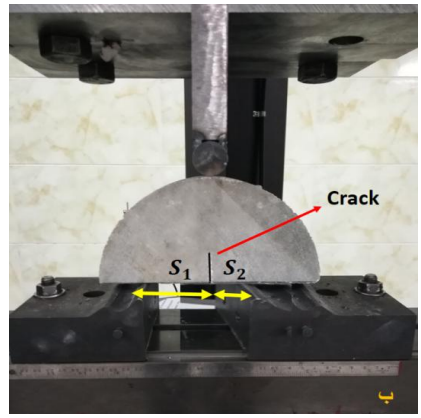


شکل ۳. نحوهٔ ایجاد ترک در قطعات نیم‌دیسک



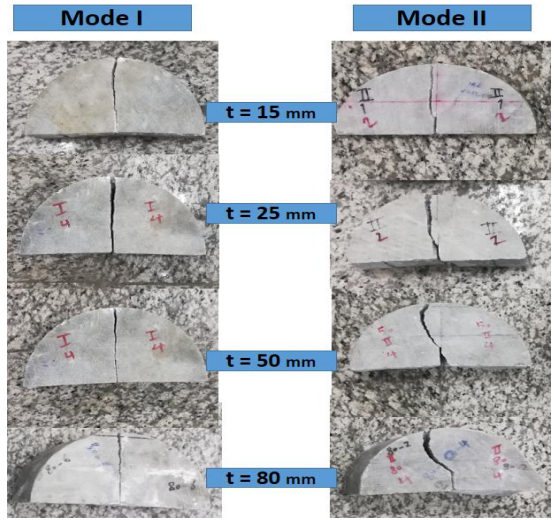
شکل ٤. نمونه‌های SCB از جنس سنگ مرمریت قروه با شعاع یک‌سان اما ضخامت‌های مختلف





شکل ۵. نمونه‌های SCB در داخل دستگاه آزمایش. الف) مود I ، ب) مود II

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]



شکل ٦. نمونه‌های SCB مرمریت پس ازآزمایش شکست.

جدول ۲. بار شکست نمونه‌های SCB با ضخامت‌های مختلف

R	t	P_f (N)	$S.D.$ (N)
۹۵	۱۵	۳۲/۲۰	۱۵۰
		٤٧٢٦	۳۵۰
۹۵	۲۵	٦٧١١	۳٦۰
		۹٤٤٥	۸۸۲
۹۵	۵۰	۲۰۲۸۵	۱٤۵۰
		۲۵٤٤۱	٤۱۷۹
۹۵	۸۰	۳۱۸۱۰	٤٦۷۲
		۳٦۸٤۸	٤٦۸٦

S.D.: انحراف معیار

بحث و بررسی نتایج

به‌منظور بررسی مقاومت شکست قطعات سنگی ترک‌دار، از مقدار بحرانی ضریب شدت تنش که در آن بار شکست به‌جای بار وارده، جای‌گذاری می‌شود، استفاده می‌شود. مقادیر ضریب شدت تنش را می‌توان به‌صورت مستقیم با استفاده از تحلیل‌های اجزای محدود در نرم‌افزارهای تجاری مانند آباکوس محاسبه کرد. لیکن، در این تحقیق، از روابط (۱) و (۲) که

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

اکبردوست و راستین [۳۸] برای محاسبه ضرایب شدت تنش در قطعهٔ SCB تحت بارگذاری مود I و II خالص، پیشنهاد داده‌اند، استفاده می‌شود:

$$K_I = \frac{P}{Rt}\sqrt{2\pi R}\,K_I^* \qquad (۱)$$

$$K_{II} = \frac{P}{Rt}\sqrt{2\pi R}\,K_{II}^* \qquad (۲)$$

که در این رابطه P بار اِعمالی، R شعاع قطعه، t ضخامت قطعه است. پارامترهای بی‌بُعد K_I^* و K_{II}^* ضرایب هندسی هستند که فقط به نسبت‌های هندسی a/R، S_1/R و S_2/R وابستگی دارد. این ضرایب برای هندسه‌های ساده با استفاده از روش‌های تحلیلی محاسبه می‌شوند و برای هندسه‌های پیچیده به‌کمک روش‌های عددی مانند اجزا محدود محاسبه می‌شوند. اکبردوست و راستین [۳۸]، ضرایب K_I^* و K_{II}^* برای طیف وسیعی از نسبت‌های یاد شده را محاسبه و بیان کرده‌اند. روش کار ایشان بدین‌صورت بود که ابتدائاً تعداد زیادی قطعهٔ SCB با یک هندسه دل‌خواه ولی نسبت‌های هندسی مختلف در نرم‌افزار آباکوس را مدل و تحلیل کردند. سپس، ضرایب شدت تنش را از نرم‌افزار آباکوس به‌دست آوردند. در نهایت، ضرایب بی‌بعد K_I^* و K_{II}^* با جای‌گذاری ابعاد مدل شده و مقادیر ضرایب شدت تنش، در روابط (۱) و (۲) محاسبه شده‌اند. ضرایب بی‌بعد مربوط به قطعات آزمایش شده، از مرجع [۳۸] استخراج شده و در جدول ۳ بیان شده است.

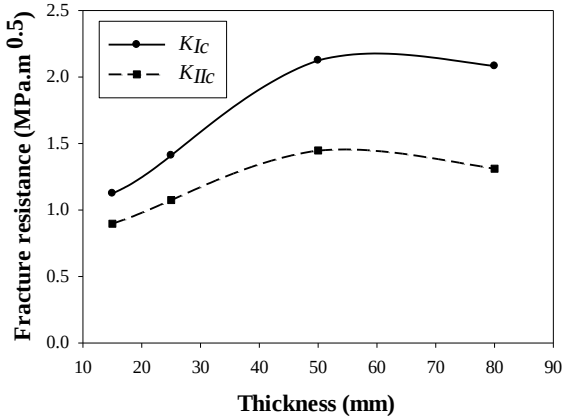
جدول ۳. ضرایب بی‌بعد K_I^* و K_{II}^* برای قطعه SCB مستخرج از [۳۸]

a/R	S_1/R	S_2/R	K_I^*	K_{II}^*
۰/۳	۰/٦	۰/٦	۰/٦٤٤	۰/۰
۰/۳	۰/٦	۰/۱۱۵	۰/۰	۰/۳۵

با جای‌گذاری بارهای شکست از جدول ۲، ابعاد قطعات از جدول ۱ و ضرایب هندسی از جدول ۳ در روابط (۱) و (۲) می‌توان مقدار چقرمگی شکست مود I و II قطعات SCB را محاسبه کرد. نمودار شکل ۷ نشان‌دهندهٔ تغییرات چقرمگی شکست مود I و II بر حسب ضخامت قطعات است. چنان‌که در این نمودار مشاهده می‌شود، با افزایش ضخامت قطعه تا مقدار مشخصی، پارامتر چقرمگی شکست هم در حالت مود I و هم در حالت مود II افزایش

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

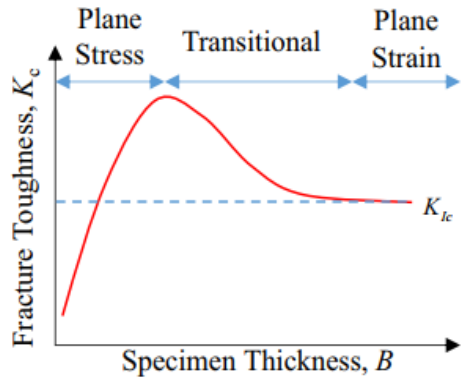
می‌یابد. اما، این افزایش تا یک ضخامت خاص ادامه دارد و پس از آن مقدار چقرمگی شکست هم در حالت مود I و هم در حالت مود II به مقدار نسبتاً کمی، کاهش می‌یابد. نکته قابل توجه در مورد نمودارهای شکل ۷ این است که رفتار حالت مود I با مود II خالص یک‌سان است و می‌توان روند هر دو را به یک صورت توجیه کرد. زیرا، مکانیزم شکست مواد سنگی در هر دو حالت بر اساس بیشینه تنش کششی اصلی است. به‌عبارت دیگر، شکست در هر دو حالت در راستایی اتفاق می‌افتد که تنش کششی اصلی بیشینه می‌شود.



شکل ۷. تغییرات مقدار چقرمگی شکست بر حسب ضخامت قطعه

در مورد توجیه نمودار شکل ۷ برای حالت مود I، می‌توان به مقالات متعددی از قبیل [۳۰]، [۳۹]، [٤۰] مراجعه کرد. شاید بتوان جامع‌ترین تحلیل را در مرجع مشاهده کرد. استوارت و همکارانش بیان کردند که مقدار چقرمگی شکست مواد همگنِ الاستیک خطی، نسبت به ضخامت، همانند شکل ۸ تغییر می‌کند. برای ضخامت‌های کم‌تر از یک ضخامتِ خاص، شرایط تنش صفحه‌ای حاکم است و مقدار چقرمگی شکست متناسب با ضخامت قطعه، افزایش می‌یابد. چنان‌چه ضخامت قطعه از این مقدار خاص، بیش‌تر شود، روند تغییرات مقدار چقرمگی شکست کاهشی می‌شود. این روند کاهشی تا ضخامت خاصی که شرایط کرنش صفحه‌ای حاکم گردد، ادامه می‌یابد و پس از آن با افزایش ضخامت مقدار چقرمگی شکست تغییر نمی‌کند.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]



شکل ۸. تغییرات مقدار چقرمگی شکست بر حسب ضخامت قطعه [۳۰]

نکته قابل توجه در روند تغییرات چقرمگی شکست با ضخامت قطعه (نمودار شکل ۸) این است که ضخامت مربوط به بیشنه مقدار چقرمگی شکست و ضخامت مربوط به حالت کرنش صفحه‌ای برای مواد مختلف متفاوت است و به مقدار استحکام کششی ماده و چقرمگی شکست ذاتی آن بستگی دارد. بر اساس تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM)، چقرمگی شکست ظاهری[1] یک ماده همگن همواره وابسته به ضخامت نمونه مورد بررسی است، تا زمانی که به شرایط کرنش صفحه‌ای برسد، جایی که مقدار چقرمگی شکست همواره ثابت، مستقل از ضخامت و جز خاصیت ذاتی[2] ماده گردد [۳۰]. برای تعیین ضخامتی که در آن چقرمگی شکست ثابت و مستقل از ضخامت نمونه آزمایشگاهی باشد، تاکنون روابط مختلفی به‌وسیلهٔ محققانی از جمله اشمیت [٤١]، چانگ و همکاران [٤٢]، اینگرافیا و اشمیت [٤٣]، سینگ و سان [٤٤] ارائه شده است. معیار معرفی شده به‌وسیلهٔ بارتن [٤٥] برای تعیین ضخامت بحرانی قطعه سنگی بدین‌صورت است:

$$t \geq 0.269 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t}\right)^2 \qquad (۳)$$

که K_{IC} چقرمگی شکست مود I و σ_t استحکام کششی سنگ است. چنان‌که بیان شد برای سنگ بررسی شده در این پژوهش، از ضخامت ۵۰م.م. به بعد تقریباً میزان تغییرات چقرمگی شکست با ضخامت نمونه کاهش می‌یابد و می‌توان برای محاسبه چقرمگی شکست مود I،

1. Apparent fracture toughness
2. Material property

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

میانگین مقادیر چقرمگی شکست ظاهری مود I در دو ضخامت ۵۰ و ۸۰ م.م. را در نظر گرفت. استحکام کششی (σ_t) سنگ آزمایش شده با استفاده از روش کشش غیرمستقیم و قطعه دیسک برزیلی بدون ترک با قطر ۱۰۰م.م.، برابر با ٤/۲ مگاپاسکال به‌دست آمده است. ازاینرو، با جای‌گذاری مقدار میانگین چقرمگی شکست مربوط به ضخامت‌های ۵۰ و ۸۰ م.م. و استحکام کششی، در رابطهٔ (۳) می‌توان مقدار ضخامت بحرانی یا همان ضخامتی که در آن چقرمگی شکست مستقل از ضخامت نمونه است را طبق رابطه (٤) پیش‌بینی کرد.

$$t = 0.269\,(\frac{K_{IC}}{\sigma_t})^2 = 0.269\left(\frac{2.1 * \sqrt{1000}}{4.2}\right) = 67.25\ mm$$

با توجه به مقدار محاسبه شده و نمودار شکل ۷ مشخص می‌شود که برای حالت ($t < 50$)، چقرمگی شکست وابسته به ضخامت نمونه و شرایط تنش صفحه‌ای برقرار است. در بازهٔ ضخامتی ($50 < t < 67.2$)، ناحیهٔ گذر بین تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای و برای ($t > 67.2$) چقرمگی شکست مستقل از ضخامت بوده است و شرایط کرنش صفحه‌ای برقرار است. مشابه این رفتار را نیز علیها و همکارانش [۲۸] برای سنگ مرمیت هرسین در حالت مود I نشان دادند.

چنان‌که اشاره شد، روند تغییرات چقرمگی شکست مود II همانند مود I است، بنابراین می‌توان مطالب بیان شده در مورد ضخامت بیشینه و ضخامت کرنش صفحه‌ای را برای حالت مود II بارگذاری نیز تعمیم داد. به‌عبارت دیگر، مقدار چقرمگی شکست ذاتی برای حالت مود II خالص را می‌توان با استفاده از قطعات با ضخامت بیش‌تر از ٦۷/۲۵ م.م. محاسبه کرد. نکته مهم دیگر این است که مقدار چقرمگی شکست مود II نسبت به مود I در تمامی ضخامت‌ها کم‌تر است که علت این امر اثرات هندسهٔ قطعه بر رفتار شکست قطعات ترک‌دار سنگی است [۲٤]، [۳۳]، [۳٤].

نکته مهم دیگری که می‌توان در این‌جا برای شکست قطعات در حالت بارگذاری مود II بیان کرد، در مورد مسیر رشد شکست است. چنان‌که در شکل ٦ مشاهده می‌شود، برای حالت بارگذاری مود I، ترک در راستای اولیهٔ خود که همان راستای بیشنه تنش کششی اصلی است، رشد می‌کند. اما، در حالت بارگذاری مود II، ترک در راستایی غیر ترک اولیه و به‌صورت منحنی گسترش می‌یابد. زیرا راستای بیشنه تنش اصلی کششی با راستای ترک

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

اولیه، متفاوت است. نکته قابل توجه دیگر در شکل ٦ این است که با افزایش ضخامت قطعه، انحنای مسیر رشد ترک در حالت بارگذاری مود II بیش‌تر می‌شود. علت این امر این است که با افزایش ضخامت حوزهٔ تنش اطراف ترک دستخوش تغییر شده و راستای بیشنه تنش اصلی کششی نیز تغییر می کند. بنابراین، انحنای مسیر رشد ترک بیش‌تر می‌شود.

جمع‌بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، به بررسی اثرات ضخامت بر چقرمگی شکست مواد سنگی در حالت بارگذاری مود II خالص پرداختیم. برای این منظور، از قطعات نیم‌دیسک دارای ترک لبه‌ای که تحت بار خمش سه‌نقطه با تکیه‌گاه‌های نامتقارن قرار دارند، استفاده شد. در این آزمایش‌ها، شعاع قطعه ثابت و ضخامت آن متغیر بود. هم‌چنین، به‌منظور مقایسه و تفسیر نتایج، آزمایش‌هایی به‌صورت مود I و II خالص انجام شد. نتایج آزمایش‌ها، نشان می‌دهد که ضخامت قطعه بر مقدار چقرمگی شکست در هر دو حالت بارگذاری تأثیر دارد. نحوهٔ تغییرات مقادیر چقرمگی شکست مود I و II به این صورت است که با افزایش ضخامت قطعه تا ضخامت خاصی، مقدار K_{Ic} و K_{IIc} افزایش می‌یابد و پس از آن ضخامتِ خاص، روند تغییرات، نزولی می‌شود. از یک ضخامت مشخص، تغییرات چقرمگی شکست در هر دو حالت تقریباً ثابت است و می‌توان مقدار چقرمگی شکست ذاتی ماده را محاسبه کرد. برای حالت مود I، رابطه‌ای برای محاسبهٔ این ضخامت مشخص، ارائه شده بود. با توجه به نتایج آزمایشگاهی در این تحقیق، می‌توان برای حالت مود II نیز همین ضخامت خاص را در نظر گرفت. هم‌چنین، نشان داده شد که مسیر شکست در حالت مود II به ضخامت قطعه وابستگی دارد و با افزایش ضخامت، مسیر رشد ترک انحنای بیش‌تری پیدا می‌کند

تقدیر و تشکر

از معاونت پژوهشی دانشگاه خوارزمی برای حمایت‌های مالیِ این تحقیق، کمال تشکر را داریم.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

منابع

1. Aliha M. R. M., Ashtari R., Ayatollahi M. R., "Mode I and Mode II Fracture Toughness Testing for a Coarse Grain Marble", (2006).
2. Aliha M. R. M., Ayatollahi M. R., "Rock fracture toughness study using cracked chevron notched Brazilian disc specimen under pure modes I and II loading-A statistical approach", Theoretical and Applied Fracture Mechanicst 69 (2014) 17-25.
3. Aliha M. R. M. , Mahdavi E., Ayatollahi M. R., "Statistical Analysis of Rock Fracture Toughness Data Obtained from Different Chevron Notched and Straight Cracked Mode I Specimens", Rock Mechanics and Rock Engineering, 51 (2018) 2095-114.
4. Ayatollahi M. R, Aliha M. R. M., "Cracked Brazilian disc specimen subjected to mode II deformation", Engineering Fracture Mechanics, 72 (2005) 493-503.
5. Ayatollahi M. R., Aliha M. R. M., "On the use of Brazilian disc specimen for calculating mixed mode I-II fracture toughness of rock materials", Engineering Fracture Mechanics, 75 (2008) 4631-41.
6. Chang S. H., Lee C. I., Jeon S., "Measurement of rock fracture toughness under modes I and II and mixed-mode conditions by using disc-type specimens", Engineering Geology, 66 (2002) 79-97.
7. Fakhri M., Haghighat Kharrazi E., Aliha M. R. M., "Mixed mode tensile-In plane shear fracture energy determination for hot mix asphalt mixtures under intermediate temperature conditions", Engineering Fracture Mechanics, 92 (2018;) 98-113.
8. Guo H., Aziz N. I., Schmidt L. C., "Rock fracture-toughness determination by the Brazilian test", Engineering Geology, 33 (1993) 177-88.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

9. Mirsayar M. M., Razmi A., Aliha M. R.M., Berto F., "EMTSN criterion for evaluating mixed mode I/II crack propagation in rock materials", Engineering Fracture Mechanics, 190 (2018)186-97.
10. Wang Q., Jia X. M., Wu L., "Wide-range stress intensity factors for the ISRM suggested method using CCNBD specimens for rock fracture toughness tests" (2004).
11. Aliha M. R. M., Ayatollahi M. R., Smith D. J., Pavier M. J., "Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading", Engineering Fracture Mechanics, 77 (2010) 2200-12.
12. Bazant Z. P., Gettu R., Kazemi M. T., "Identification of nonlinear fracture properties from size effect tests and structural analysis based on geometry-dependent R-curves", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 28 (1991) 43-51.
13. Bazant Z. P., Pfeiffer P. A., "Shear fracture tests of concrete", Materials and Structures, 19 (1986)111.
14. Khan K., Al-Shayea N. A., "Effect of Specimen Geometry and Testing Method on Mixed Mode I–II Fracture Toughness of a Limestone Rock from Saudi Arabia", Rock Mechanics and Rock Engineering, 33 (2000) 179-206.
15. Bazant Z. P., Kazemi M. T., "Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups" (1991).
16. Yang S. Q., Su C. D., Xu W.Y., "Experimental and theoretical study of size effect of rock material" (2005).
17. Carpinteri A., "Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: Two different explanations based on fracture mechanics", International Journal of Solids and Structures, 25 (1989) 407-29.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

18. Hu X. Z., Duan D., "Size effect on fracture of MEMS materials" (2005).
19. Karihaloo B. L., "Size effect in shallow and deep notched quasi-brittle structures", International Journal of Fracture, 95 (1999) 379.
20. Bazant Z. P., "Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal" (1984).
21. Akbardoost J., Ayatollahi M. R., Aliha M. R. M., Pavier M.J., "Smith DJ. Size-dependent fracture behavior of Guiting limestone under mixed mode loading", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 71 (2014) 369-80.
22. Ayatollahi M. R., Akbardoost J., "Size effects on fracture toughness of quasi-brittle materials-A new approach. Engineering Fracture Mechanics, 92 (2012) 89-100.
23. Ayatollahi M. R., Akbardoost J., "Size and Geometry Effects on Rock Fracture Toughness: Mode I Fracture", Rock Mechanics and Rock Engineering, 47 (2014) 677-87.
24. Ayatollahi M. R., Akbardoost J., "Size effects in mode II brittle fracture of rocks", Engineering Fracture Mechanics,112-113 (2013) 165-80.
25. Bazant Z. P., Kim J. K., Pfeiffer P., "Nonlinear Fracture Properties from Size Effect Tests" (1986).
26. Bazant Z. P., Kazemi M. T., "Determination of fracture energy, process zone longth and brittleness number from size effect, with application to rock and conerete", International Journal of Fracture, 44 (1990)111-31.
27. Lim I. L., Johnston I. W., Choi S. K., Boland J. N., "Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending, Part 1-mode I.", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 31 (1994) 185-97.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

۲۸. آیت‌الهی م. ر., ثقفی ح.ر, علیها م.، "بررسی اثر ابعاد هندسی قطعه، بر روی چقرمگی شکست سنگ مرمر هرسین"، مجلهٔ انجمن زمین‌شناسی مهندسی ایران، ۲ (۱۳۸۸) ۷۲-۸۳.

29. Carloni C., Santandrea M., Baietti G., "Influence of the width of the specimen on the fracture response of concrete notched beams", Engineering Fracture Mechanics, (2018).
30. Stewart C. M., Oputa C. W., Garcia E., "Effect of specimen thickness on the fracture resistance of hot mix asphalt in the disk-shaped compact tension (DCT) configuration", Construction and Building Materials, 160 (2018) 487-96.
31. Aliha M. R. M., Saghafi H., "The effects of thickness and Poisson's ratio on 3D mixed-mode fracture. Engineering Fracture Mechanics", 98 (2013)15-28.
32. Aliha M. R. M., Ayatollahi M. R., Akbardoost J., "Typical Upper Bound-Lower Bound Mixed Mode Fracture Resistance Envelopes for Rock Material", Rock Mechanics and Rock Engineering, 45 (2012) 65-74.
33. Ayatollahi M. R., Aliha M. R. M., "On determination of mode II fracture toughness using semi-circular bend specimen", International Journal of Solids and Structures, 43 (2006) 5217-27.
34. Ayatollahi M. R., Sistaninia M., "Mode II fracture study of rocks using Brazilian disk specimens", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 48 (2011) 819-26.
35. Backers T., "Fracture toughness determination and micromechanics of rock under Mode I and Mode II loading" (2005).
36. Backers T., Stephansson O., Rybacki E., "Rock fracture toughness testing in Mode II-punch-through shear test", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 39 (2002) 755-69.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]

37. Kuruppu M. D., Obara Y., Ayatollahi M. R., Chong K. P., Funatsu T., "ISRM-Suggested Method for Determining the Mode I Static Fracture Toughness Using Semi-Circular Bend Specimen", Rock Mechanics and Rock Engineering, 47 (2014) 267-74.
38. Akbardoost J., Rastin A., "Comprehensive data for calculating the higher order terms of crack tip stress field in disk-type specimens under mixed mode loading", Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 76 (2015) 75-90.
39. Anderson T. L., "Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications: CRC Press" (2004).
40. Sanford R. J., "Principles of Fracture Mechanics: Pearson" (2002).
41. Schmidt R. A., Lutz T. J., "KIc and JIc of Westerly granite: effects of thickness and in-plane dimensions", West Conshohocken, PA: ASTM International, (1979).
42. Chong K. P., Kuruppu M. D., Kuszmaul J. S., "Fracture toughness determination of layered materials", Engineering Fracture Mechanics, 28 (1987) 43-54.
43. Ingraffea A., Schmidt R. A., "Experimental verification of a fracture mechanics model for tensile strength prediction of Indiana limestone" (1978).
44. Singh R., Sun G., "An investigation into factors affecting fracture toughness of coal measures sandstone". Journal of Mines, Metals and Fuels, 38 (1990) 111-8.
45. Barton C. C., "Variables In Fracture Energy And Toughness Testing Of Rock", The 23rd US Symposium on Rock Mechanics (USRMS), Berkeley, California: American Rock Mechanics Association, (1982) 14.

[Downloaded from ndea10.khu.ac.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1399.14.2.7.7]