

بررسی تغییرات و مدل سازی دمای سالانه ایستگاه سینوپتیک

تهران با استفاده از مدل سری های زمانی

دریافت مقاله: ۹۳/۳/۱۸ پذیرش نهایی: ۹۴/۶/۱۰

صفحات: ۱۶۵-۱۸۶

داریوش یاراحمدی: دانشیار آب و هواشناسی، گروه علوم جغرافیایی، دانشگاه لرستان^۱

Email: d.yarahmadi@gmail.com

مینا میریان: دانشجوی دکتری آب و هواشناسی دانشگاه لرستان

Email: mina_mirian@yahoo.com

چکیده

پدیده گرم شدن زمین با تغییر الگوی زمانی - مکانی دما همراه بوده است. از این رو دگرگونی ها و افت و خیزهای این عنصر از اهمیت علمی و عملی زیادی برخوردار است. یکی از رهیافت های مطالعاتی برای بررسی تغییرات دمایی به کارگیری روش های آماری است. اقلیم شناسان برای بررسی تغییرات دما از روش های سری زمانی استفاده می کنند. هدف اصلی از این پژوهش بررسی تغییرات دمای سالانه ایستگاه سینوپتیک تهران با استفاده از روش های سری زمانی است. بدین منظور از داده های آماری دمای تهران طی دوره آماری ۲۰۰۸-۱۹۵۱ بهره گرفته شده است. نتایج نشان داد که در تحلیل طیفی با سطح اطمینان ۰/۹۵ چرخه های ۱، ۲۱ و ۲۲ معنادار بودند. همچنین نمودار سری زمانی درجه حرارت سالانه ایستگاه، روند صعودی این پارامتر را نشان می دهد. سپس الگوسازی در خانواده چند جمله ای ها، نیز نشان داد که الگوی خط دمای تهران طی ۵۵ سال گذشته $(0/72 \pm 0/08)$ درجه سلسیوس افزایش داشته است. همچنین با استفاده از زنجیره مارکوف احتمال تغییر وضعیت از سال سرد به سال گرم و بالعکس به ترتیب ۲/۲ و ۱/۸۲ برآورد گردید، به عبارتی هر ۲/۲ سال یک بار سال سرد و هر ۱/۸۲ سال یک بار سال گرم رخ می دهد. نهایتاً در الگوسازی آریما، پس از بررسی مقدار آکائیک (AIC) الگوی $(1, 1, 0)$ ARIMA به عنوان مناسب ترین الگو انتخاب گردید.

کلید واژگان: سری زمانی، زنجیره مارکوف، تحلیل طیفی، ARIMA، تهران.

^۱ نویسنده مسئول: لرستان- خرم آباد- دانشگاه لرستان- گروه علوم جغرافیایی- ۰۶۶۳۳۱۲۰۶۶

مقدمه

دما به عنوان نمایه‌ای از انرژی گرمایی، یکی از عناصر شناخت هوا و اقلیم است. با توجه به تغییرات دریافت انرژی خورشید توسط سطوح مختلف زمین، دمای هوا نیز به تبع آن دارای تغییرات زیادی است که به نوبه خود باعث تغییراتی در سایر عناصر هواشناسی شده و وضعیت کلی اقلیم یک منطقه را متأثر می‌سازد؛ بنابراین مطالعه دما و فهم چگونگی اثر آن بر عوامل محیطی و تغییرات آن در طول زمان دارای اهمیت بسزایی است (بلیانی و همکاران، ۱۳۹۱: ۱۲۸). دست‌آوردهای اخیر نشان می‌دهد که میانگین دمای کره زمین طی سده گذشته روندی افزایشی داشته است. این روند حاوی الگوهای زمانی و مکانی متفاوتی است. یکی از رهیافت‌های مطالعاتی برای بررسی تغییرات دمایی به کارگیری روش‌های آماری است (عساکره، ۱۳۸۶: ۹).

از جمله روش‌هایی که در زمینه بررسی نوسانات بارش، دما و سایر متغیرهای اقلیمی مورد توجه بوده است، روش‌های تحلیل سری‌های زمانی در کامل‌ترین شکل آن، یعنی مدل-سازی اقلیمی را می‌توان نام برد (میرموسوی، ۱۳۸۶: ۸۹). مدل‌های اقلیمی که بر پایه اصول آماری - احتمالی بنا گذاشته شده‌اند از اهمیت ویژه و کاربرد پرشماری برخوردارند. کاربرد مدل‌های آماری در بازسازی مقادیر گذشته و بازآفرینی مقادیر آینده داده‌ها به تحلیل سری‌های زمانی موسوم است (شعبانی و همکاران، ۱۳۹۲: ۸۹۶). با توسعه روش‌های کمی و آماری در این رشته شاهد پیش‌بینی‌های دهه‌ای در این زمینه هستیم، در این خصوص مطالعات متعددی صورت پذیرفته است که برای نمونه به چند مورد اشاره می‌شود.

تورکس و همکاران^۱ (۱۹۹۶) تغییرپذیری روند میانگین دمای سالانه را در ترکیه مورد مطالعه قرار داده‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که در مقیاس ناحیه‌ای، روند افزایش دما در آناتولی شرقی و روند کاهشی آن در نواحی ساحلی ترکیه در دو دهه اخیر وجود دارد. بوهادو و همکاران^۲ (۱۹۹۷) با استفاده از روش ARIMA به شبیه‌سازی پارامترهای آب و هوایی مانند دمای محیط، رطوبت پرداختند. جاکوب و همکاران^۳ (۲۰۰۳)، در تحقیقی با استفاده از روش تحلیل سری‌های زمانی روند تغییرات بلندمدت بارندگی‌های رگباری را در ونکوور کانادا مورد بررسی قرار داده است. نتایج نشان داد که فراوانی وقوع بارش‌های رگباری در این منطقه افزایش یافته

^۱ -Turkes et al

^۲ - Bouhaddou et al

^۳ - Jakob, M., McKendry, I., Lee, R.

است. آنتونی و همکاران^۱ (۲۰۰۴) با استفاده از روش‌های سری زمانی به بررسی نوسانات دما و بارش نیجریه پرداخته‌اند، نتایج نشان‌دهنده روند نزولی مقدار بارش سالانه است. فراستو و همکاران^۲ (۲۰۰۳) نشان دادند که با استفاده از روش اتورگریسو (AR) و ARIMA می‌توان درجه حرارت هوا را در داخل وسایل گرمازا توصیف نمود. یورکلی و همکاران^۳ (۲۰۰۶)، با به‌کارگیری روش ARIMA در دوره‌های خشکسالی را بر اساس مصرف آب محصولات زراعی مهم پیش‌بینی نمودند. هوگز و همکاران^۴ (۲۰۰۶)، به ارزیابی حداقل و حداکثر درجه حرارت در شبه جزیره قطب جنوب با استفاده از تجزیه و تحلیل‌های آماری و مدل‌های سری زمانی پرداخته‌اند و نتایج آنها نشان‌دهنده افزایش در حداقل و عدم تغییرات در حداکثر درجه حرارت ماهانه در طی دوره مورد مطالعه می‌باشد. آگیلرا و همکاران^۵ (۲۰۰۷) برای پیش‌بینی داده‌های دو طرف طول جغرافیایی مدلی از تلفیق مدل ARIMA و مدل مؤلفه‌های اصلی (PCA) به کار برد که این مدل را برای پیش‌بینی خطر پدیده ال‌نینو شایسته می‌داند. تکتاس^۶ (۲۰۱۰)، یک مطالعه مقایسه‌ای از مدل‌های شبکه‌های آماری و عصبی فازی برای پیش‌بینی آب‌وهوای استانبول انجام می‌دهد. در این پژوهش مدل ARIMA و ANFIS را مورد استفاده قرار داده و به این نتیجه می‌رسد که مدل ANFIS نتایج بهتری را ارائه می‌دهد.

در داخل کشور نیز مطالعاتی در این زمینه انجام شده است. جهانبخش اصل و باباپورباصر (۱۳۸۲) با استفاده از مدل آریمای باکس_جنکینز متوسط دمای ماهانه ایستگاه تبریز را مورد بررسی قرار داده‌اند. پس از مقایسه معیار آکائیک (AIC)، الگوهای آزمایشی مدل (۰،۰،۱) و ARIMA (۰،۱،۱) به‌عنوان مدل‌های محاسباتی انتخاب گردیده و بر اساس آنها، تغییرات متوسط دمای ماهانه ایستگاه تبریز تا سال ۲۰۱۰ پیش‌بینی شده است. علیجانی و بنی‌واهب (۱۳۸۴) در پژوهشی، جهت پیش‌بینی نوسانات اقلیمی از مدل‌های باکس_جنکینز سری‌های زمانی بارش و درجه حرارت استفاده کرده‌اند. مدل مناسب بارش ماهانه (۰،۱،۱) × (۱،۱،۱) و میانگین درجه حرارت ماهانه (۰،۱،۱) × (۱،۱،۱) به‌دست آمده است. عسگری و رحیم‌زاده (۱۳۸۵)، به‌منظور بررسی تغییرات بارش، از میانگین متحرک و روش تبدیل شده آبه، انحرافات جمعی، نسبت بیشینه ورسلی و خودهمبستگی مرتبه اول استفاده کرده‌اند و به این نتیجه

^۱ - Antony et al

^۲ - Frausto et al

^۳ - Yurekli and Kurunc

^۴ - HUGHES et al

^۵ - Aguilera

^۶ - Tektaş

رسیده‌اند که کشور شاهد هر دو روند کاهشی و افزایشی در جمع بارش سالیانه ایستگاه‌های سینوپتیک بوده است.

عساکره (۱۳۸۶) با استفاده از روش‌های آماری به تشریح تغییرات دمای سالانه شهر تبریز پرداخته است، بررسی‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که روند خطی در سطح $0/05$ خطا معنی‌دار بوده و از روند افزایشی برخوردار است. میرموسوی (۱۳۸۶)، به بررسی تغییرات زمانی بارش و دما در ایستگاه هواشناسی زنجان با استفاده از مدل‌های تابع انتقال پرداخته است، در نهایت نیز با استفاده از آزمون روند به این نتیجه رسیده که ایستگاه زنجان دارای روند معنی‌دار نیست. عزیزی و روشنی (۱۳۸۷)، به مطالعه انحراف احتمالی برخی عناصر رطوبتی و دمایی در سواحل جنوبی دریای خزر از حالت نرمال با استفاده از روش رتبه‌ای من- کندال پرداخته است. نتایج به دست‌آمده از تحلیل داده‌ها نشان می‌دهد که درصد تغییر در فصل زمستان و تابستان نسبت به بهار و پاییز بیشتر است و زمان شروع تغییرات در ایستگاه‌های منطقه یکسان نیست.

عساکره (۱۳۸۷)، در پژوهشی، به تحلیل تواتر و تداوم روزهای بارانی شهر تبریز بر اساس قوانین احتمالی، به صورت فرایندهای تصادفی و با استفاده از تکنیک زنجیره‌های مارکوف پرداخته است و دوره‌های بازگشت بارش حدود ۵ روز و دوره بازگشت خشکی را حدود ۱ روز برآورد کرده است.

پدیده گرم شدن زمین با تغییر الگوی زمانی - مکانی دما همراه بوده است. از این رو دگرگونی‌ها و افت و خیزهای این عنصر از اهمیت علمی و عملی زیادی برخوردار است. کاربرد روش‌های آماری در تشریح تغییرات یادشده ابزاری مفید و کارآمد به شمار می‌آید؛ بنابراین در این مطالعه با استفاده از روش‌های سری زمانی تغییرات دمای سالانه تهران با استفاده از تکنیک‌های آماری مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مواد و روش‌ها

در پژوهش حاضر مقادیر درجه حرارت سالانه و ماهانه ایستگاه تهران از سایت هواشناسی کل کشور دریافت و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. ایستگاه سینوپتیک تهران در 35 درجه و 47 دقیقه عرض جغرافیایی و 51 درجه و 37 دقیقه طول جغرافیایی واقع است. به‌منظور سازمان‌دهی و تجزیه و تحلیل داده‌ها از صفحه گسترده اکسل و نرم‌افزارهای SPSS و MINITAB استفاده شده است.

برای مطالعه تغییرات دما در این تحقیق از چند روش سری زمانی استفاده شده است. در سری‌های زمانی چند مشخصه وجود دارد، یکی از این مشخصه‌ها و اجزا روند نام دارد. برای

تحلیل روند، آن را در درازمدت بررسی می‌کنند، بسیاری از مؤلفین کلمه روند را برای تغییر تدریجی تابع میانگین مانند یک تابع خطی یا درجه دوم به کار می‌برند. روش‌های آماری کلاسیک تجزیه و تحلیل رگرسیون را به سهولت برای برآورد پارامترهای الگوهای معمولی روند بدون مقدار ثابت می‌توان بکار برد (کرایر، ۱۳۷۱)، در این مطالعه مفیدترین آنها یعنی خطی و سهمی را مورد بررسی قرار می‌گیرد. ابتدا باید تشخیص داده شود که شیب خط از نوع خطی است یا سهمی؟ یکی از روش‌های پرکاربرد برای پاسخگویی به این سؤال الگوسازی در خانواده چندجمله‌ای‌هاست (خردمندنی و عساکره، ۱۳۸۰: ۱۲۵). الگوی چندجمله‌ای درجه k به صورت زیر تعریف می‌شود (عساکره، ۱۳۸۲: ۶۱):

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_k t^k + e_t \quad (1)$$

در رابطه فوق Y_t متغیر پاسخ، β ها فراسنج‌های مجهول و e_t دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل نرمال با امید ریاضی صفر و واریانس ثابت هستند الگوی خط و الگوی سهمی به ترتیب متناظر با $k = 1$ و $k = 2$ می‌باشد (عساکره، ۱۳۸۲: ۶۱). مرحله بعد برآورد میزان روند می‌باشد، در این پژوهش از روش‌های همبستگی اسپیرمن و روش من‌کنندال استفاده می‌گردد. در روش اسپیرمن ابتدا اختلاف بین رتبه هر مقدار در سری (k_i) و ترتیب آن در سری زمانی (i) محاسبه می‌شود تا (d_i) حاصل گردد، سپس آماره اسپیرمن را محاسبه و معنی‌داری آن را از طریق آماره χ^2 برآورد می‌شود (عساکره، ۱۳۸۲: ۶۱). روش بعدی روش من‌کنندال می‌باشد که یک روش رتبه‌ای است. آماره کنندال به روش زیر به دست می‌آید:

$$\tau = \frac{4p}{n(n-1)} \quad (2)$$

p مجموع تعداد رتبه‌های بزرگتر از ردیف ni که بعد از آن قرار می‌گیرند بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد: (عزیزی و روشنی، ۱۳۸۷: ۱۷).

$$p = \sum_{i=1}^n ni \quad (3)$$

برای تعیین میزان روند از روش نسبی استفاده گردیده که روشی تقریبی است، در این روش ابتدا حاصل تفاضل اولین مشاهده و آخرین مشاهده را حساب نموده $(\Delta T = X_n - X_1)$ ، سپس روند نسبی را به روش زیر برآورد می‌کند:

$$RT = \frac{\Delta T}{\bar{X}} \quad (۴)$$

نوسانات از دیگر اجزای سری زمانی هستند که همان تغییرات منظم و تکرارپذیر مشاهدات هستند. سری زمانی از موج‌های سینوسی و کسینوسی با بسامدهای متفاوت تشکیل شده است. ابزاری که این ایده را بکار می‌گیرد تحلیل طیفی می‌باشد، این موج‌های سینوسی و کسینوسی در بسامدهای ثابتی در سری زمانی مستترند (کرایر، ۱۳۷۱). در تحلیل طیفی ابتدا باید دو پارامتر ai و bi (همساز و هارمونیک) محاسبه شود که تعداد هریک از این پارامترها $\frac{n}{2}$ است $(q = \frac{n}{2})$ و به روش زیر محاسبه می‌گردند:

$$ai = \frac{n}{2} \sum_{i=1}^n x_t \cos\left(\frac{2\pi q}{n} t\right) \quad (۵)$$

$$bi = \frac{n}{2} \sum_{i=1}^n x_t \sin\left(\frac{2\pi q}{n} t\right) \quad (۶)$$

هر فرکانس $I(f)$ اقدام می‌گردد که به طریق زیر به دست می‌آید:

$t = 1, \dots, n$ و $q = 1, \dots, \frac{n}{2}$ در مرحله بعد به محاسبه واریانس برای

$$I(f) = \frac{n}{2} (a_i + b_i) \quad (۷)$$

حال آزمون تصادفی بودن را روی طیف اعمال می‌کنیم، برای این کار ابتدا یک $I(\hat{f})$ تعریف کرده که طیفی است برای متغیرهای تصادفی که به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$I(\hat{f}) = \bar{s} \left[\frac{1 - r_1^2}{1 + r_1^2 - 2r_1 \cos \frac{\pi_i}{q}} \right] \quad (۸)$$

$$(\bar{S}) = \text{میانگین طیف}$$

$$(r_1) = \text{خودهمبستگی مرتبه اول طیف}$$

$$(r_1^2) = \text{ضریب تعیین طیف}$$

مرحله بعد آزمون معنی‌داری طیف است برای این کار یک بازه اطمینان در نظر گرفته و آن را $sigI(f)$ نامیده می‌شود. آزمون معنی‌داری طیف از رابطه زیر برآورد می‌گردد:

$$sigI(\hat{f}) = \frac{\chi^2}{df} \times I(\hat{f}) \quad (9)$$

df همان درجه آزادی است که به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$df = \frac{2n - q}{2} \quad (10)$$

دو طیف به دست آمده را بر روی نمودار رسم کرده و هر جا $I(\hat{f})$ بالاتر از $sigI(\hat{f})$ قرار بگیرد، نشان‌دهنده این مطلب می‌باشد که طیف ما معنی‌دار است.

افت‌وخیزها از دیگر اجزای سری زمانی هستند که تغییرات نامنظم و تقریباً تکرارناپذیر در سری زمانی می‌باشند. فهم این رویدادهای اقلیمی منوط به شناخت احتمال وقوع این فرایندهاست. برای محاسبه شانس وقوع پیشامدها لازم است مدل مناسبی انتخاب گردد (عساکره، ۱۳۸۷: ۵۳). در این مقاله برای بررسی احتمال وقوع سال‌های سرد در ایستگاه تهران از روش آماری زنجیره مارکوف استفاده شده است. زنجیره مارکوف را عموماً به وسیله تعداد تأخیرهای زمانی (Lags) مورد استفاده برای تعریف شرایط کنونی متغیر، تقسیم‌بندی می‌نمایند. بر این اساس زنجیره مارکوف به بررسی فرایندهایی می‌پردازد که در آنها هر واقعه تنها به واقعه مرحله قبل خود وابسته بوده و خاطره زمانی آن به یک دوره قبل برمی‌گردد (رضیعی و همکاران، ۱۳۸۲: ۳۰۳ و ۱۹۸۸: ۱۳۲). در زنجیره مارکوف اولین مرحله ارائه یک آستانه برای حالت‌ها و نمایش زنجیره‌ای می‌باشد. روش مورد استفاده آستانه صفر است که در آن مشاهدات کمتر از میانگین (سال سرد) ۰ و مشاهدات بیشتر از میانگین (سال گرم) ۱ در نظر گرفته شده است. مراحل بعدی زنجیره مارکوف به ترتیب تشکیل ماتریس فراوانی تغییر حالت، آزمون برازش زنجیره مارکوف، برآورد ماتریس احتمال و به دست آوردن ماتریس پایا از ماتریس احتمال می‌باشد که این ماتریس تغییر وضعیت پدیده را در طولانی‌مدت نشان می‌دهد و می‌توان از روی آن دوره بازگشت تغییر وضعیت‌ها را با استفاده از این رابطه به دست آورد:

$$T_j = \frac{1}{p_{ij}} \quad (11)$$

برای محاسبه احتمال تداوم M روزه از این رابطه بهره می‌گیریم:

$$p_m = p^{m-1} q \quad (12)$$

مثلاً احتمال اینکه یک پدیده (مثلاً سال سرد) M_{+--+} سال طول بکشد از این رابطه استفاده می‌شود (عساکره، ۱۳۸۷: ۵۴).

مدل‌سازی یکی از اهداف ما در تحلیل سری زمانی است. مهمترین هدف از تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، یافتن مدل تغییرات و پیش‌بینی آینده می‌باشد. منظور از پیش‌بینی سری زمانی، تخمین مقادیری از مجموعه داده‌ها می‌باشد که در زمان اجرای تحلیل، مقدار آن مجهول است. یکی از فنون پیش‌بینی رفتار سری زمانی روش باکس - جنکینز است. اساس رویکرد روش باکس - جنکینز بر پایه بررسی حوزه وسیعی از مدل‌های پیش‌بینی برای یک سری زمانی قرار گرفته است. گروه عمومی مدل‌ها برای یک سری زمانی در روش‌شناسی باکس - جنکینز مدل‌های تلفیقی اتورگرسیو و میانگین متحرک می‌باشند که در آمار به مدل ARIMA معروف‌اند (علی‌جانی و رضانی، ۱۳۸۱: ۱۵۸). مدل آریمای یک مدل کلی است که توانایی نمایندگی طبقه گسترده‌ای از سری‌های زمانی نا ایستا را دارد، فرایند تلفیقی خود همبسته - میانگین متحرک با درجه (p, d, q) است. با توجه به اینکه بیشتر سری‌های زمانی نا ایستا هستند، لذا این رده از فرایندها کاربرد گسترده‌ای دارند (ملکی‌نژاد و پورشرعیانی، ۱۳۹۲: ۸۶).

فرایند تصادفی $\{Z_t\}$ یک فرایند ARIMA با درجه (p, d, q) گفته می‌شود و به صورت $Z_t \sim \text{ARIMA}(p, d, q)$ نوشته می‌شود (خردمندنی و عساکره، ۱۳۸۰: ۱۲۶).

در فرایند $\text{ARIMA}(p, d, q)$ ، p بیانگر جملات خود توضیح، d مرتبه تفاضل‌گیری و q تعداد جملات میانگین متحرک می‌باشند. در صورتی که d برابر با صفر گردد فرایند آریمای تبدیل به فرایند ARMA^1 می‌شود. معمولاً برای تخمین الگوی آریمای روش باکس - جنکینز استفاده می‌شود که دارای چهار مرحله شناسایی^۲، تخمین^۳، تشخیص دقت پردازش^۴ و پیش‌بینی^۵ می‌باشد (مقدسی و ژاله‌رجبی، ۱۳۹۰: ۳۵۶).

^۱ - Autoregressive Moving Average Model

^۲ - Identification

^۳ - Estimation

^۴ - PT Diagnostic checking

^۵ - Forecasting

اگر تنها عملگر q را در مدل وارد کنیم، مدل عمومی میانگین متحرک مرتبه p را به دست می‌آوریم، در این صورت خواهیم داشت:

$$w_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (13)$$

یعنی W_t از فرایند MA با مرتبه q تبعیت می‌کند؛ اما اگر تنها عملگر p را در مدل‌مان شرکت دهیم مدل عمومی اتورگرسیون یا میانگین متحرک از مرتبه P را به دست خواهیم آورد، در این صورت خواهیم داشت:

$$Z_t = a_t + \phi_1 z_{t-1} - \phi_2 z_{t-2} - \dots - \phi_p z_{t-p} \quad (14)$$

یعنی Z_t از فرایند AR با مرتبه p تبعیت می‌کند.

یکی از روش‌های ساده و مؤثر جهت انتخاب یک مدل آزمایشی استفاده از نمودار همبستگی‌نگار می‌باشد. ابتدا باید مقدار d را تعیین گردد، اگر سری زمانی حول یک خط مستقیم نوسان کند $d = 2$ و اگر سری زمانی حول یک سهمی نوسان کند $d = 2$ قرار داده می‌شود و در عمل به ندرت یک سری زمانی با شیب درجه سوم $d = 3$ مشاهده شده است (عساکره، ۱۳۸۲: ۶۲).

برای تعیین d از سری تفاضلی داده‌ها استفاده می‌شود. p از روی شاخک‌های معنی‌داری نمودار خودهمبستگی و q از روی شاخک‌های معنی‌داری نمودار خودهمبستگی جزئی تعیین می‌شود. سپس از روش زیاد برآزش دادن به ۲ الگو رسیده می‌شود، برای انتخاب الگوی مناسب-تر از معیار آکائیک (ACI) استفاده می‌گردد. مقدار ACI برای مدل M با فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$ACI(M) = n \ln(s_a^2) + 2m \quad (15)$$

همان واریانس باقیمانده‌ها و M تعداد پارامترهای موجود در مدل می‌باشد.

یافته‌ها:

در آزمون روند ابتدا روند نسبی ۰/۱۴ درجه سانتی‌گراد برآورد شد که نشان‌دهنده رفتار افزایشی دما در ۵۵ سال اخیر است، با این آزمون تنها رفتار کلی دما را می‌توان تعیین کرد، لذا باید روند خطی و درجه ۲ و غیره نیز مورد آزمون قرار گیرد. الگوی خط برآزش‌یافته بر روی داده‌های دما به قرار زیر است:

$$Y_t = 16.14 + 0.04t + e_t \\ 89.03 \quad 7.15$$

با افزودن متغیر توضیحی t^2 به الگوی فوق الگوی سهمی برازش شده زیر حاصل می‌شود:

$$Y_t = 16.4 + \frac{(-0.01)t}{89.03} + \frac{0.00089t^2}{2.36}$$

محاسبه فاصله اطمینان شیب خط (0.04 ± 0.032) نشان می‌دهد که بر اساس الگوی خط دمای تهران طی ۵۵ سال گذشته (0.72 ± 0.08) درجه سانتی‌گراد افزایش داشته است.

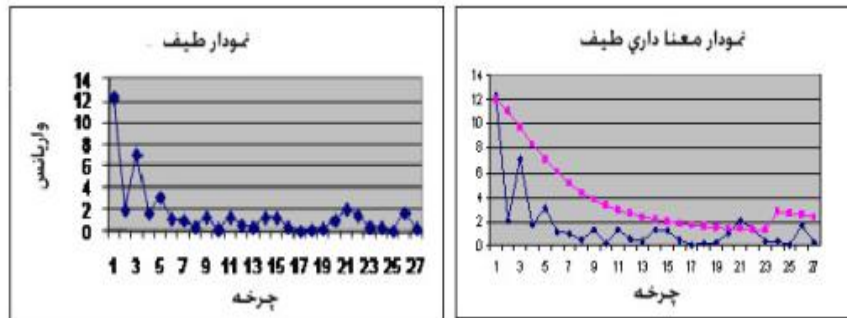
حال از آزمون رتبه‌ای اسپیرمن و تای من‌کندال برای بیان معناداری روند استفاده می‌شود، طبق همبستگی اسپیرمن با خطای زیر 0.05 سری زمانی دارای همبستگی 0.71 می‌باشد، لذا روند معنادار است، طبق همبستگی من‌کندال نیز سری زمانی دارای همبستگی 0.54 می‌باشد پس روند معنادار است.

در تحلیل طیفی ابتدا پارامترهای ai و bi را بر اساس روابط ۵ و ۶ به دست آورده، سپس واریانس‌ها را برای هر فرکانس $I(f)$ محاسبه می‌نماییم (طبق رابطه ۷). دوره‌نگار طیف را نیز از روی داده‌های $I(f)$ رسم نموده، (شکل ۲) که در این نمودار، مقدار واریانس هر چرخه را می‌توانیم مشاهده نمود.

مرحله بعد محاسبه معنی‌داری طیف $(I(\hat{f}))$ می‌باشد، میانگین طیف $\bar{s} = 1/62$ و خودهمبستگی مرتبه اول مشاهدات $r_1 = 0.57$ محاسبه شد و با جاگذاری این پارامترها در رابطه شماره ۸ مقادیر آن برآورد گردید. اعداد حاصله طیفی است برای متغیرهای تصادفی. در مرحله بعد $sigI\hat{f}$ را بر اساس رابطه ۹ محاسبه نموده که همان بازه اطمینان ما می‌باشد، حال اعداد حاصله از $I(\hat{f})$ و $sigI\hat{f}$ را روی یک نمودار ترسیم می‌نماییم (شکل ۲). حال از روی این دو نمودار اینکه کدام یک از چرخه‌ها معنادار هستند را استنباط می‌نماییم (چرخه‌هایی که از بازه اطمینان بیرون زده است)، بنابراین چرخه‌های ۱ و ۲۱ و ۲۲ در سطح اطمینان 0.95 معنادار می‌باشند که مقادیر $I(f)$ و $I(\hat{f})$ و $sigI\hat{f}$ طیف‌های معنادار در جدول زیر ارائه شده است.

جدول (۱). مقادیر $I(f)$ و $I(\hat{f})$ و $sigI\hat{f}$ طیف‌های معنادار

چرخه‌ها	$I(f)$	$I(\hat{f})$	$sigI\hat{f}$
۱	۱۲.۲۹۳۶۹	۱۲.۰۱۸۸	۴.۹۹۴۲۶
۲۱	۲۰.۶۴۴۷۶	۱.۳۸۱۰۳۱	۰.۵۷۳۸۷
۲۲	۱.۴۶۱۴۰۳	۱.۳۳۴۳۳۷	۰.۵۵۴۴۷



شکل (۱) طیف و معناداری طیف

در روش زنجیره مارکوف داده‌های دمای سالانه بر اساس آستانه صفر، به صورت زنجیره‌ای مرتب‌شده‌اند، در این روش میانگین دما به‌عنوان آستانه در نظر گرفته شد و سال‌های با دمای بیشتر از میانگین به عنوان سال گرم و سال‌های با دمای کمتر از میانگین به‌عنوان سال سرد به حساب آمد.

در مرحله بعد ماتریس فراوانی تغییر حالت را بدین شرح تشکیل داده‌ایم:

$$F = \begin{bmatrix} 17 & 9 \\ 8 & 21 \end{bmatrix}$$

عدد ۱۷ گویای تعداد تغییر وضعیت از سال سرد به سال سرد، عدد ۹ بیانگر تغییر حالت از سال سرد به سال گرم و اعداد ۸ و ۲۱ به ترتیب تبدیل وضعیت از سال گرم به سال سرد و گرم می‌باشد.

حال از آزمون χ^2_0 برای برازش زنجیره بهره می‌بریم آماره آزمون به شرح زیر به دست می‌آید:
 $\chi^2_0 = 2.04 + 1.81 + 1.9 + 1.64 = 7.39$

از آنجایی که مقادیر مشاهده شده بیشتر از مقادیر بحرانی است می‌توان گفت با درجه آزادی (c-۱) (r-۱) df و در سطح خطای ۰/۰۵ استقلال بین داده‌ها وجود ندارد و زنجیره مارکوف موردنظر (زنجیره مارکوف دوحالتی مرتبه اول) تأیید می‌شود. بعداً این مرحله ماتریس فراوانی تغییر حالت را به شرح زیر به دست آوردیم:

$$P = \begin{bmatrix} 0.65 & 0.35 \\ 0.29 & 0.71 \end{bmatrix}$$

در این ماتریس عدد ۰/۶۵ احتمال تغییر سال سرد به سال سرد، عدد ۰/۳۵ احتمال تغییر وضعیت از سال سرد به سال گرم اعداد ۰/۲۹ و ۰/۷۱ به ترتیب احتمال تغییر حالت از سال گرم به سال سرد و گرم می‌باشد. ماتریس ثابت یا پایا نیز به شرح زیر حاصل شد:

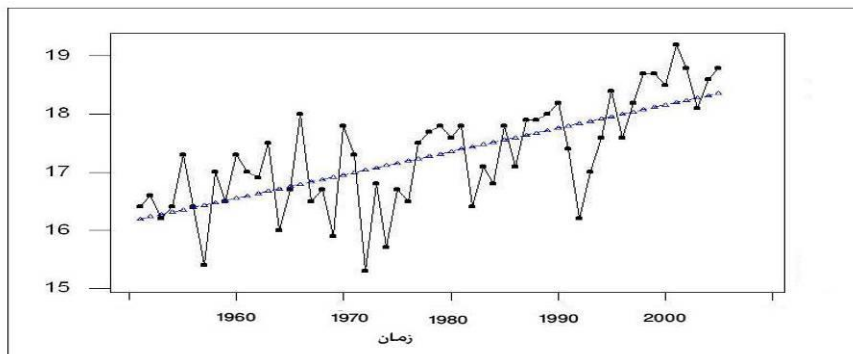
$$\begin{bmatrix} 0.4526 & 0.5474 \\ 0.4526 & 0.5474 \end{bmatrix}$$

با در نظر گرفتن این ماتریس دوره بازگشت تغییر وضعیت‌ها $2/2$ و $1/82$ محاسبه شد، یعنی هر $2/2$ سال یک‌بار سال سرد و هر $1/82$ سال یک‌بار سال گرم رخ می‌دهد (دو سال سرد با انقطاع 2 سال گرم). در مرحله بعد احتمال تداوم M ساله محاسبه شده (احتمال تداوم سال سرد) و در جدول زیر ارائه شده است.

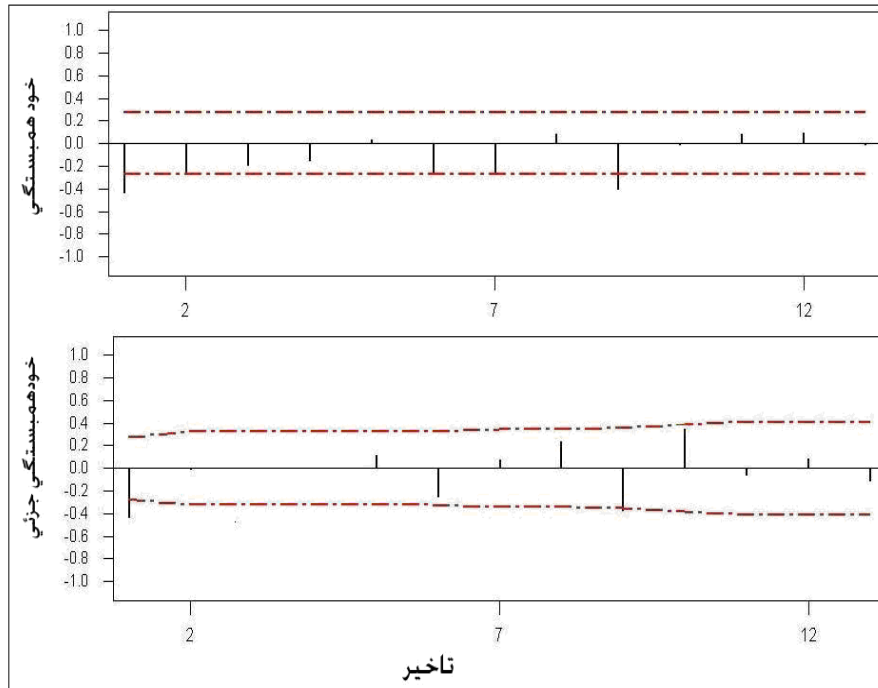
جدول (۲). احتمال وقوع تداوم سال‌های سرد و دوره بازگشت آنها

تداوم M ساله	۲ سال	۳ سال	۴ سال	۵ سال	۶ سال	۷ سال	۸ سال
احتمال وقوع	۰/۲۴	۰/۱۱	۰/۰۵	۰/۲۲	۰/۰۱	۰/۰۰۸	۰/۰۰۲
احتمال عدم وقوع	۰/۸۶	۰/۹۹	۰/۹۵	۰/۸۸	۰/۹۹	۰/۹۹۲	۰/۹۹۸
دوره بازگشت تداوم M ساله	۴/۴	۹	۲۰	۴۵	۱۰۰	۱۲۵	۵۰۰

به‌عنوان مثال در ستون سوم عدد $0/11$ یعنی احتمال اینکه ۳ سال پشت سر هم سرد باشد و عدد ۹ دوره بازگشت آن است، یعنی ۹ سال طول می‌کشد تا ۳ سال پیاپی دما کم باشد. شکل (۲) نمایانگر نوسان سری زمانی حول یک محور افقی است ($d=1$) نمودار همبستگی‌نگار (شکل ۳) نیز فقط در شاخک اول معنی‌دار است.



شکل (۲). سری زمانی دمای هوای تهران



شکل (۳) همبستگی نگار و همبستگی نگار جزئی سری تفاضلی دما (d = 1)

بنابراین الگوی $ARIMA(1,1,0)$ معقول به نظر می‌رسد بنابراین الگوی ما به این صورت خواهد بود:

$$Z_t = Z_{t-1} + at - \phi_1 Z_{t-1}$$

مدل مناسب شده الگوی فوق عبارتست از:

$$Z_t = Z_{t-1} + at - (-0.4468) - (-3.63)$$

اعدادی که زیر برآورد پارامترها و در داخل پرانتز نوشته شده است مقدار t برای آزمون معنی‌دار نبودن پارامترها می‌باشد در اینجا مقدار آماره t برای آزمون فرض صفر برابر $-3/63$ می‌باشد، با توجه به اینکه $|t| > 2$ لذا الگو معنادار است.

حال باید دید افزودن یک مقدار ثابت θ_0 مدل را به‌طور معناداری بهتر می‌کند یا نه یعنی الگوی زیر را بررسی کنیم:

$$Z_t = Z_{t-1} + at + \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1}$$

مدل مناسب شده بدین صورت خواهد بود:

$$Z_t = Z_{t-1} + at + \begin{pmatrix} 0.0618 \\ 0.59 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.45 \\ -3.63 \end{pmatrix}$$

با توجه به اینکه $|0.59| < 2$ لذا فرض صفر پذیرفته می‌شود و حضور معناداری در مدل ندارد، با حذف این پارامتر و اضافه نمودن پارامتر ϕ_2 الگوی $ARIMA(2,1,0)$ حاصل می‌شود، یعنی:

$$Z_t = Z_{t-1} + at - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2}$$

الگوی برازش شده به این شرح است:

$$Z_t = Z_{t-1} + at - \begin{pmatrix} -0.568 \\ -2.25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.273 \\ -2.03 \end{pmatrix}$$

با توجه به اینکه مقدار t بزرگتر از ۲ می‌باشد لذا پارامتر فوق در مدل معنادار است. با افزودن مقدار ثابت θ_0 الگوی زیر حاصل می‌شود

$$Z_t = Z_{t-1} + at + \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2}$$

مقادیر محاسبه شده برای این پارامترها به ترتیب 0.774 ، 0.5762 و -0.2804 و مقادیر t نیز 0.766 ، $-4/28$ و $-2/07$ می‌باشند با توجه به اینکه $|0.76| < 2$ می‌باشد لذا حضور θ_0 در الگو معنادار نمی‌باشد و باید حذف شود. با افزودن پارامتر ϕ_3 الگوی $ARIMA(3,1,0)$ حاصل می‌شود، یعنی:

$$Z_t = Z_{t-1} + at - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \phi_3 Z_{t-3}$$

مقادیر محاسبه شده برای این پارامترها به ترتیب 0.6182 ، -0.3377 و -0.11867 و مقادیر t ، $-4/49$ ، $-2/45$ و $-1/35$ می‌باشند همان‌طور که ملاحظه می‌شود $|1/35| < 2$ می‌باشد لذا حضور پارامتر ϕ_3 در مدل معنادار نیست. حال پارامتر θ_1 را به مدل اضافه می‌کنیم ($ARIMA(2,1,1)$) یعنی:

$$Z_t = Z_{t-1} + at - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} + \theta_1 W_{a-1}$$

مقادیر محاسبه شده نشان می‌دهد که این الگو پذیرفته می‌شود و مقادیر آن عبارت‌اند از:

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \begin{pmatrix} -1.396 \\ -4.68 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.434 \\ -2.75 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.9433 \\ -3.09 \end{pmatrix}$$

این الگو با اضافه شدن مقدار ثابت θ_0 معنادار نیست لذا آن را در مدل شرکت نمی‌دهیم حال می‌خواهیم بدانیم آیا افزایش پارامتر θ_2 به الگو، آن را بهتر می‌کند که پاسخ منفی است پس از این افزودن هیچ پارامتر دیگری الگو را به‌طور معناداری بهبود نمی‌بخشد، بنابراین با توجه

به شاخک‌های معنادار نمودار خودهمبستگی همان الگوی $ARIMA(2,1,1)$ بدون مقدار ثابت θ_0 به‌عنوان بهترین مدل انتخاب می‌شود، این مدل را $M1$ می‌نامیم. مقدار واریانس a_t برای این الگو 0.0623 می‌باشد.

بر اساس نمودار همبستگی نگار جزئی (شکل ۳) با توجه به اینکه شاخک اول معنادار است به نظر می‌رسد که باید از الگوی $ARIMA(0,1,1)$ شروع کنیم، یعنی:

$$W_t = \theta_1 W_{t-1} + at$$

که مقدار پارامتر θ_1 0.7322 و مقدار t آن $7/74$ می‌باشد پس الگوی ما معنادار می‌باشد، با افزودن θ_0 به الگو، مقادیر متناظر با θ_0 و θ_1 به ترتیب $6/15$ و $17/18$ می‌باشد پس الگو را می‌پذیریم و الگوی $ARIMA(0, 1, 2)$ بررسی می‌شود، یعنی:

$$W_t = \theta_1 W_{t-1} + \theta_2 W_{t-2} + at$$

که مقادیر t محاسبه شده برای θ_1 و θ_2 عبارت‌اند از: $4/96$ و $0/43$ پس الگوی ما معنادار نیست، بنابراین تا اینجا همان الگوی $ARIMA(0,1,1)$ را برمی‌گزینیم، حال می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا افزودن ϕ_1 به الگو آن را بهبود می‌بخشد یا نه ($ARIMA(1,1,1)$)، یعنی

$$W_t = \theta_1 W_{t-1} + at - \phi_1 Z_{t-1}$$

مقادیر t محاسبه شده برای پارامترهای θ_1 و ϕ_1 عبارت‌اند از: $4/96$ و $0/43$ بنابراین حضور پارامتر ϕ_1 در مدل معنادار نیست بنابراین همان الگوی $ARIMA(0,1,1)$ با مقدار ثابت θ_0 به‌عنوان الگوی منتخب برگزیده و آن را $M2$ می‌نامیم. حال از معیار آکائیک برای انتخاب مدل بهتر بهره می‌گیریم، بنابراین طبق رابطه ۱۵ داریم:

$$AIC M1 = 55 \ln(0.0623) + 2(3) = -162.76$$

$$AIC M2 = 55 \ln(-0.039) + 2(2) = -174.43$$

لذا از دیدگاه آکائیک الگوی $M2$ نسبت به الگوی $M1$ برتری دارد. $M2$ نسبت به $M1$ ساده‌تر نیز هست و تعداد پارامترهای کمتری نیز دارد، اما از نظر شهودی به نظر می‌رسد الگوی $M1$ در آینده‌نگری بهتر عمل می‌کند، لذا از دیدگاه شهودی آن را ترجیح می‌دهیم (شکل ۴).

مرحله بعد مرحله زیاد برازش دادن است که بر اساس آن باید مقدار $d=2$ را که نشان‌دهنده روند سهمی است، برای فرایند $ARIMA(p,d,q)$ مورد بررسی قرار می‌دهیم و با روش زیاد برازش دادن و آزمایش و خطا به الگوی $ARIMA(2,2,1)$ بدون مقدار ثابت می‌رسیم و آن را $M3$ می‌نامیم که مقدار AIC آن برابری است با:

$$AIC = 55 \ln(0.011) + 2(3) = -242.04$$

این الگو بر اساس معیار ACI بهترین الگو است، اما تعداد پارامترهای آن زیاد است، در حالی که سادگی از امتیازات الگوهای ARIMA می‌باشد، به لحاظ شهودی نیز نمی‌تواند الگوی مناسبی باشد. پس به لحاظ سادگی و شهودی M_2 را به‌عنوان الگوی مناسب برمی‌گزینیم. این مدل نشان می‌دهد دمای هر سال نسبت به سال قبل در حال افزایش است. حال برای ارزیابی‌های بیشتر در مورد صلاحیت الگوی M_2 به تجزیه و تحلیل باقیمانده‌های الگو می‌پردازیم این کار را به کمک شکل‌های مربوط به باقیمانده‌ها انجام می‌دهیم.

بررسی نرمال بودن داده‌ها (شکل ۱ و ۲):

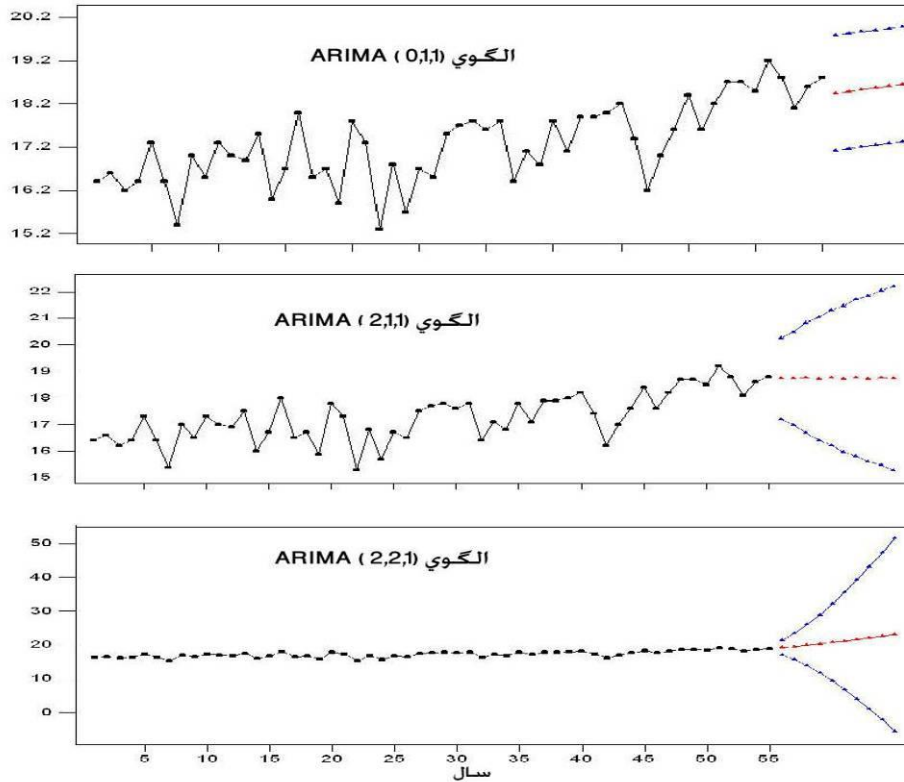
شکل اول، نمودار باقیمانده‌ها و شکل دوم، مقادیر برازش داده‌شده می‌باشد، با تشخیص اینکه این نمودارها ساختار خاصی را نشان نمی‌دهند (مثلاً ساختار قیفی شکل) می‌توان فرض ثابت بودن باقیمانده‌ها را پذیرفت.

نمودار هیستوگرام و نمودار احتمال نرمال (شکل ۳ و ۴):

در نمودار احتمال نرمال، نقاط تقریباً در امتداد یک خط راست قرار گرفته‌اند و این وضعیت نشان می‌دهد که باقیمانده‌های حاصل از برازش الگوی $ARIMA(1,1,0)$ به‌صورت نرمال توزیع شده‌اند. نمودار هیستوگرام نیز نشان می‌دهد که باقیمانده‌ها تقریباً نرمال توزیع شده‌اند.

بررسی فرض استقلال باقیمانده‌ها:

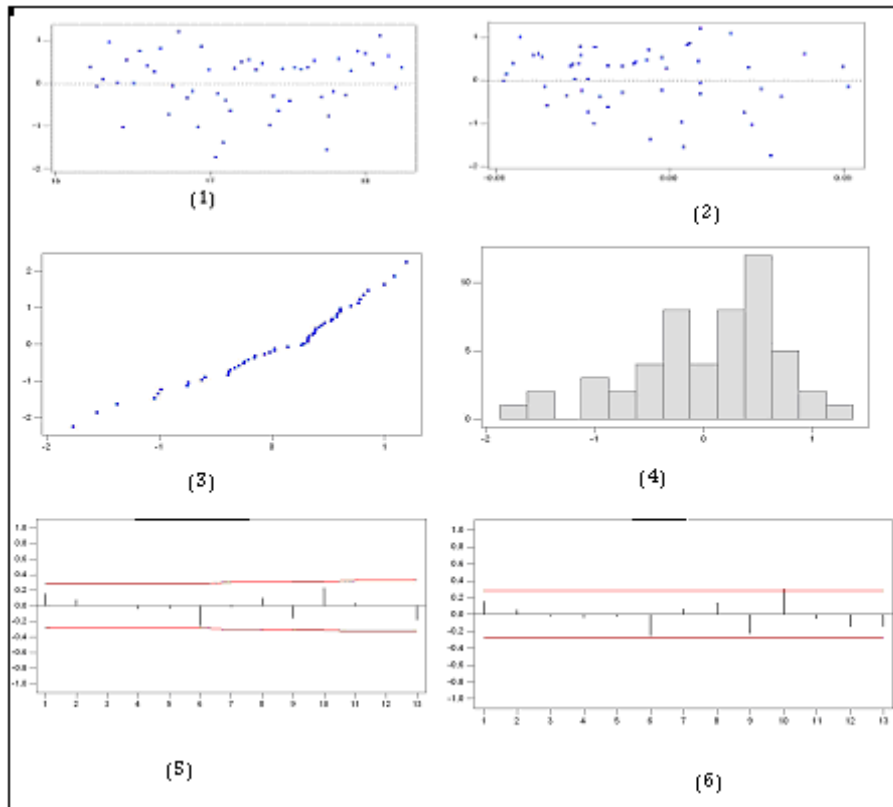
برای این کار نمودار خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی باقیمانده‌ها را مشاهده می‌کنیم (شکل ۵ و ۶)، همان‌طور که می‌بینیم هیچ یک از خودهمبستگی‌ها معنی‌دار نیستند (از حدود استاندارد شده‌شان تجاوز نکرده‌اند) و این ناهمبسته بودن باقیمانده‌ها و تصادفی بودن آنها را می‌رساند.



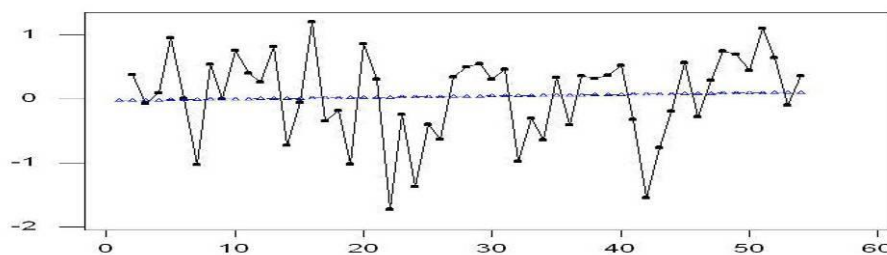
شکل (۴) پیش‌بینی ۱۰ ساله بر اساس الگوهای (۱ و ۱)، (۱ و ۲)، (۱ و ۲ و ۲)

بررسی نمودار سری زمانی باقیمانده‌ها (شکل ۶):

اگر مدل مناسب باشد انتظار می‌رود این نمودار در اطراف سطح افقی پراکندگی بدون روندی را نشان دهد، از آنجا که رفتار این نمودار شبیه رفتار یک فرایند تصادفی محض با میانگین صفر و واریانس ثابت است، می‌توان مدل برازش داده شده را تایید کرد.



شکل (۵) نمودارهای مربوط به بررسی نرمال بودن باقیمانده‌ها



شکل (۶) نمودار سری زمانی باقیمانده‌ها

نتیجه‌گیری

در این پژوهش چند روش پرکاربرد از سری‌های زمانی خصوصاً روش ARIMA را به‌منظور مدل‌سازی دمای ماهانه و سالانه ایستگاه سینوپتیکی تهران مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج

حاصله مشخص نمود که سری‌های زمانی در مقیاس سالانه دارای نوسانات قابل ملاحظه‌ای هستند، نمودار سری زمانی درجه حرارت سالانه ایستگاه بیانگر روند صعودی این پارامتر است. روند نسبی ۰/۱۴ درجه سانتی‌گراد برآورد گردید و با الگوسازی در خانواده چندجمله‌ای‌ها الگوی خط دمای تهران طی ۵۵ سال گذشته $(0/72 \pm 0/08)$ درجه سانتی‌گراد افزایش داشته است. سپس آزمون رتبه‌ای اسپیرمن و تای من‌کندال برای بیان معناداری روند استفاده گردید، طبق همبستگی‌های اسپیرمن و من‌کندال به ترتیب با خطای زیر ۰/۰۵ سری زمانی دارای همبستگی ۰/۷۱ و ۰/۵۴ می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی معنادار بودن روند است. در سری زمانی موج‌های سینوسی و کسینوسی (همسازها و هارمونیک‌ها) در بسامدهای ثابتی در سری زمانی مستترند. در تحلیل طیفی این موج‌ها یا چرخه‌ها را استخراج کرده و سهم واریانس هریک را در واریانس کل برآورد نمودیم و این نتیجه حاصل شد که چرخه‌های ۱ و ۲۱ و ۲۲ در سطح اطمینان ۰/۹۵ معنادار می‌باشند. فهم بسیاری از رویدادهای اقلیمی منوط به شناخت احتمال وقوع این فرایندهاست. برای محاسبه شانس وقوع پیش‌آمدها لازم است مدل مناسبی انتخاب گردد. در پژوهش حاضر برای بررسی احتمال وقوع سال‌های سرد در ایستگاه سینوپتیکی تهران از روش آماری زنجیره مارکوف استفاده شده است. در این روش احتمال تغییر وضعیت از سال سرد به سال گرم و بالعکس به ترتیب ۲/۲ و ۱/۸۲ برآورد گردید، به عبارتی هر ۲/۲ سال یک‌بار سال سرد و هر ۱/۸۲ سال یک‌بار سال گرم رخ می‌دهد (یعنی دو سال سرد با انقطاع ۲ سال گرم). احتمال وقوع تداوم سال‌های سرد و دوره بازگشت آنها نیز برآورد گردید. سپس با استفاده از مدل آریما به مدل‌سازی دما با استفاده از روش باکس - جنکینز اقدام گردید که عملیات تفاضلی با تأخیر یک‌ساله ($d=1$) به عنوان روند خطی و مفروض برای مشخص نمودن الگوهای مناسب مورد استفاده قرار گرفت. بر این اساس و با تحلیل منحنی‌های PACF, ACF, الگوهای $ARIMA(1,1,0)$ و $ARIMA(1,2,2)$ و $ARIMA(1,1,2)$ برازش یافت. در نهایت الگوی $(1,1,0)$ ARIM با مقدار آکائیک کمتر به عنوان بهترین الگو برای پیش‌بینی انتخاب گردید.

منابع و مآخذ

۱. بلیانی، یدالله، فاضل‌نیا، غریب، بیات، علی (۱۳۹۱). تحلیل و مدل‌سازی دمای سالانه شهر شیراز با استفاده از مدل ARIMA، فصلنامه فضای جغرافیایی، شماره ۳۸، ص ۱۴۴-۱۲۷.
۲. جهانبخش اصل، سعید، باباپورباصر، علی‌اکبر (۱۳۸۲). بررسی و پیش‌بینی متوسط دمای ماهانه تبریز با استفاده از مدل آریمای (ARIMA)، تحقیقات جغرافیایی، شماره ۱۸، ص ۴۶-۳۴.
۳. خردمندانیا، منوچهر، عساکره، حسین (۱۳۸۰). الگوسازی ARIMA برای متوسط درجه حرارت سالانه هوا در جاسک، سومین سمینار احتمال و فرایندهای تصادفی، انتشارات دانشگاه اصفهان، ۱۳۲-۱۲۱.
۴. رضیئی، طیب، شکوهی، علیرضا، ثقفیان، بهرام (۱۳۸۲). پیش‌بینی شدت، تداوم و فراوانی خشکسالی با استفاده از روش‌های احتمالاتی و سری‌های زمانی (مطالعه موردی استان سیستان و بلوچستان)، مجله بیابان، شماره ۲، ۳۱۰-۲۹۲.
۵. شعبانی، بهاره، موسوی‌بایگی، محمد، جباری‌نوقایی، مهدی، قهرمان، بیژن (۱۳۹۲). مدل‌سازی و پیش‌بینی دمای حداکثر و حداقل ماهانه دشت مشهد با استفاده از مدل‌های سری زمانی، نشریه آب و خاک، شماره ۵، ص ۸۹۶-۹۰۶.
۶. عزیزی، قاسم و روشنی، محمود (۱۳۸۷). مطالعه تغییر اقلیم در سواحل جنوبی دریای خزر به روش من-کندال، پژوهش‌های جغرافیایی، شماره ۶۴، ص ۱۳-۲۸.
۷. عساکره، حسین (۱۳۸۲). بررسی آماری روند بارش سالانه تبریز، فضای جغرافیایی، شماره ۱۰، ص ۷۲-۵۷.
۸. عساکره، حسین (۱۳۸۶). بررسی آماری روند دمای سالانه تبریز، اندیشه جغرافیایی، شماره اول، ص ۲۱-۹.
۹. عساکره، حسین (۱۳۸۷). بررسی احتمال تواتر و تداوم روزهای بارانی در شهر تبریز با استفاده از مدل زنجیره مارکوف، تحقیقات منابع آب ایران. شماره ۲، ص ۴۶-۵۶.
۱۰. عسگری، احمد، رحیم‌زاده، فاطمه (۱۳۸۵). مطالعه تغییرپذیری بارش دهه‌های اخیر ایران پژوهش‌های جغرافیایی، شماره ۵۸، ۸۰-۶۷.

۱۱. علیجانی، بهلول، بنی‌واهب، علیرضا (۱۳۸۴). بررسی خشکسالی، ترسالی و پیش‌بینی تغییرات اقلیم منطقه بیرجند با استفاده از مدل‌های آماری، پژوهش‌های جغرافیایی، شماره ۵۲، ص ۳۳-۴۶.
۱۲. علیجانی، بهلول، رضانی، نبی‌الله (۱۳۸۱). پیش‌بینی خشکسالی‌ها و ترسالی‌های استان مازندران با استفاده از مدل باکس‌جنکیز، پژوهش‌های جغرافیایی، ص ۱۷۰-۱۵۵.
۱۳. کرایر، جان‌اتان دی، ترجمه: حسینعلی نیرومند (۱۳۷۱). تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی؛ مشهد؛ دانشگاه فردوسی مشهد.
۱۴. مقدسی، رضا، ژاله‌رجبی، میترا (۱۳۹۰). رهیافت الگوسازی تلفیقی برای پیش‌بینی قیمت محصولات کشاورزی، نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی، شماره ۳، ص ۳۶۴-۳۵۵.
۱۵. ملکی‌نژاد، حسین، پورشرعیاتی، ربابه (۱۳۹۲). کاربرد و مقایسه مدل سری‌های زمانی تجمعی و مدل شبکه عصبی مصنوعی در پیش‌بینی تغییرات سطح آب زیرزمینی (مطالعه موردی: دشت مروست)، مجله علمی کشاورزی، شماره ۳، ص ۹۲-۸۱.
۱۶. میرموسوی، سیدحسین (۱۳۸۶). بررسی تغییرات زمانی بارش و دما در ایستگاه هواشناسی زنجان، اندیشه جغرافیایی، شماره اول، ص ۱۱۲-۸۹.
- منابع لاتین:

Aguilera, A M. Escabias, M; Valderrama, M J. (۲۰۰۷). *Forecasting binary longitudinal data by a functional PC-ARIMA model*, computational statistical & data analysis, doi:۱۰.۱۰۱۶/j.csda.

Anthony.C. Anuforum and Juddy N.(۲۰۰۴). *The influence of climat variability and climat chang on agricultural production in Nigerea*. EMS Meeting abstracts. Vol ۱.

Bouhaddou, H. Hassani, M.M. Zeroual, A. and Wilkonson, A.J.(۱۹۹۷). *Stochastic simulation of weather data using higher statistics*, Renewable Energy, ۱۲ (۱):۲۱-۳۷.

Frausto, H.U., Pieters, J.G. and Deltour, J.M.(۲۰۰۳). *Modelling greenhouse temperature by means of Auto Regressive Models*, Biosystems Engineering, ۸۴(۲۹):۱۴۷-۵۷.

Gillian L. Hughes, Suhasini Subba Rao, and Tata Subba Rao, (۲۰۰۶). *Statistical analysis and time-series models for minimum/maximum temperatures in the Antarctic Peninsula*, The Royal Society, p۱-۱۹.

Kurunc, A. Yurekli, K. Cevik, O. (۲۰۰۵). *Performance of two stochastic approaches for forecasting water quality and streamflow data from Yes-ilirmak River*, Turkey, Environmental Modelling & Software, ۲۰:۱۱۹۵-۲۰۰

Jakob, M., McKendry, I., Lee, R. (۲۰۰۳). *Long-Term Changes in Rainfall Intensities in Vancouver, British Columbia*. Canadian Water Resources Journal. ۲۸(۴): ۵۸۷-۶۰۴

Moye, L.A., Kapadia, A.S., Cech, I.M., and Hardy, R.J. (۱۹۸۸). *The theory of runs with applications to drought prediction*, J.Hydrol., ۱۰۳: p ۱۲۷-۱۳۷.

Tektaş, M. (۲۰۱۰). *Weather Forecasting Using ANFIS and ARIMA MODELS. A Case Study for Istanbul*, Environmental Research, Engineering and Management, No. ۱(۵۱), P. ۵ - ۱۰.

Turkes, M., Sumer, U. M., KILIÇ, G. (۱۹۹۶). *Observed changes in maximum and minimum temperatures in Turkey*, International Journal of Climatology, Vol. ۱۶. PP ۴۶۳-۴۷۷.

Yurekli K., Kurunc A., OztUrk F.(۲۰۰۵). *Application Of Linear Stochastic Models To Monthly Flow Data Of Kelkit Stream*, Ecological Modeling, vol.۱۸۳, pp.۶۷-۷۵, ۲۰۰۵