

تقریب مرتبه دوم ساختار پنگوئن QCD در واپاشی‌های کوارک b

حسین مهربان: دانشگاه سمنان، گروه فیزیک

چکیده

در این تحقیق ساختار پنگوئن QCD^۱ معرفی و تا تقریب مرتبه دوم محاسبه شده است. دامنه واپاشی‌های مربوط به پنگوئن QCD در مدل کوارک^۲ در مرتبه اول و دوم محاسبه شده است. دامنه پنگوئن QCD در پایین‌ترین مرتبه α_s برای واپاشی فرایندهای مرتبه اول به صورت $b \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j$ و مرتبه دوم به صورت $b \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j (q_o \bar{q}_p)$ محاسبه شده است. آهنگ زمانی واپاشی‌های مختلف کوارک b تا تقریب مرتبه اول و دوم پنگوئن QCD محاسبه شده است. آهنگ زمانی واپاشی‌های مرتبه دوم نسبت به مرتبه اول در واپاشی‌های کوارک b بسیار کوچک است، به عبارت دیگر در واپاشی‌های کوارک b می‌توان با تقریب بسیار خوب از مرتبه دوم پنگوئن QCD صرف‌نظر کرد. با استفاده از واپاشی‌های مختلف مدل کوارک b ، واپاشی‌های دو جسمی و سه جسمی مزون‌های B را به دست آورده‌ایم و با مقایسه نسبت تناسب^۳ تئوری و تجربی نشان داده‌ایم که تقریب مرتبه دوم پنگوئن QCD در واپاشی‌های کوارک b ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن است.

مقدمه (تئوری پنگوئن)

در سال ۱۹۵۷ نظریه مناسبی برای واپاشی‌های ضعیف غیرلپتونی پیشنهاد شد که بعدها پنگوئن نامیده شد. این مکانیزم به ایده ویلسون یعنی بسط حاصل ضرب عمل‌گری OPE^۱ [۱] در فواصل کوتاه و آشکار شدن اثر متقابل این تئوری به کوارک‌های سنگین در نظریه^۲ GIM و کوارک‌های سبک در خواص کایرال از QCD^۳ گسترش یافت و به این ترتیب تئوری پنگوئن پیشنهاد شد تا نقش جدیدی در میدان‌های پدیده‌شناسی ذرات ایفا کند [۲]. واپاشی‌های پنگوئن قبل از تحلیل اثرات QCD در واپاشی‌های مزون K بیان شده بود و به مدت کوتاهی نمودارهای پنگوئن نقش مهمی در نقض cp ایفا کردند که ابتدا در واپاشی‌های مزون K و بعد از آن در واپاشی‌های مزون B بررسی شدند [۳]. زمانی که QCD به عنوان تئوری برهمکنش قوی در نظر گرفته شد،

واژه‌های کلیدی: پنگوئن QCD، مدل کوارک، کوارک b ، مزون B، آهنگ زمانی واپاشی، نسبت تناسب

دریافت ۸۷/۸/۵

پذیرش ۹۰/۱۲/۸

*نویسنده مسئول hmehraban@semnan.ac.ir

- | | | | | |
|----------------------|------------------------------|--------------------------|--------------------|-------------|
| ۱. QCD- Penguin | ۲. Quark Model | ۳. Decay Rates | ۴. Branching Ratio | ۵. Operator |
| ۶. Product Expansion | ۷. Glashow-Iliopoulos-Maiani | ۸. Quantum Chromodynamic | | |

پنگونن گلوننی

با توجه به قانون پایستگی جریان گلوننی، راس $b \rightarrow q_k g$ دارای این ساختار است [۸]، [۹]:

$$\Gamma_\mu^a(q^2) = (ig_s / 4\pi^2) \bar{u}_k(p_k) T^a V_\mu(q^2) u_b(p_b) \quad (۱)$$

اینجا

$$V_\mu(q^2) = (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \gamma^\nu [F_1^L(q^2) P_L + F_1^R(q^2) P_R] \\ + i\sigma_{\mu\nu} q^\nu [F_2^L(q^2) P_L + F_2^R(q^2) P_R] \quad (۲)$$

اینجا F_1 و F_2 فرم فاکتورهای تک‌قطبی الکتریکی و دوقطبی مغناطیسی هستند، $q = q_g = p_b - p_k$ چهار اندازه حرکت گلونن، $P_{L(R)} \equiv (1 \mp \gamma_5) / 2$ عمل‌گرهای تصویر کایرال و T^a ($a=1, \dots, 8$) مولد به‌هنجارش $SU(3)_c$ در حالت $Tr(T^a T^b) = \delta^{ab} / 2$ است. همچنین برای راس $\bar{b} \rightarrow \bar{q}_k g$ می‌توان ساختاری شبیه زیر در نظر گرفت:

$$\bar{\Gamma}_\mu^a(q^2) = -(ig_s / 4\pi^2) \bar{v}_b(p_b) T^a \bar{V}_\mu(q^2) v_k(p_k) \quad (۳)$$

اینجا \bar{V}_μ همان شکل معادله (۲) را دارد با این تفاوت که به جای $F_{1,2}^{L,R}(q^2)$ باید $\bar{F}_{1,2}^{L,R}(q^2)$ را قرار داد. در پایین‌ترین مرتبه α_s دامنه پنگونن برای واپاشی‌های $(q_k q_i \bar{q}_j)_{i=j}$ $b \rightarrow q_k g \rightarrow q_k q' \bar{q}'$ برابر است با:

$$M^{P_{eng}} = -i(\alpha_s / \pi) [\bar{u}_k(p_k) T^a Q_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q'}(p_{q'}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}'}(p_{\bar{q}'})] \quad (۴)$$

اینجا $\alpha_s = g_s^2 / 4\pi$ و Q_μ برابر است با:

$$Q_\mu \equiv \gamma_\mu [F_1^L(q^2) P_L + F_1^R(q^2) P_R] + (i\sigma_{\mu\nu} q^\nu / q^2) [F_2^L(q^2) P_L + F_2^R(q^2) P_R] \quad (۵)$$

به‌طور مشابه دامنه واپاشی برای پاد کوآرک $\bar{b} \rightarrow \bar{q}_k q' \bar{q}'$ برابر است با:

$$\bar{M}^{P_{eng}} = i(\alpha_s / \pi) [\bar{v}_k(p_k) T^a \bar{Q}_\mu v_b(p_b)] [\bar{u}_{q'}(p_{q'}) \gamma_\mu T^a v_{\bar{q}'}(p_{\bar{q}'})] \quad (۶)$$

اینجا \bar{Q}_μ از شکل معادله (۵) پیروی می‌کند با این تفاوت که باید به جای فرم فاکتور $F(q^2)$ فرم فاکتور $\bar{F}(q^2)$ را جای‌گذاری کرد. در رابطه جمع F_2 سهم کوآرک t غالب است، در نتیجه در مقیاس q^2 با تقریب

$$\text{خوب خواهیم داشت: } F_2^L(q^2) \approx F_2^L(0) \text{ و } F_2^R(q^2) \approx F_2^R(0), \text{ و در نتیجه:}$$

$$F_1^L(q^2) = (G_F / \sqrt{2}) \sum_{i=u,c,t} V_{ik}^* V_{ib} f_1(x_i, q^2), \quad F_1^R(0) = 0 \quad (۷)$$

$$F_2^L(0) / m_q = F_2^R(0) / m_b = (G_F / \sqrt{2}) \sum_{i=u,c,t} V_{iq}^* V_{ib} f_2(x_i) \quad (۸)$$

اینجا $x_i \equiv m_i^2 / M_W^2$ و همچنین:

$$f_2(x) = -(x/4(1-x)^4) [2 + 3x - 6x^2 + x^3 + 6x \ln x] \quad (۹)$$

$$f_1(x) = (1/12(1-x)^4) [18x - 29x^2 + 10x^3 + x^4 - (8 - 32x + 18x^2) \ln x] \quad (۱۰)$$

$$f_1(x_i, q^2) = (10/9) - (2/3) \ln x_i + (2/3z_i) - (2(2z_i + 1)/3z_i) g(z_i) \quad (۱۱)$$

اینجا $z_i \equiv q^2 / 4m_i^2$ و [۱۱، ۱۲]

$$g(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-z}{z}} \arctan\left(\sqrt{\frac{z}{1-z}}\right), & z < 1 \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{z-1}{z}} \left[\ln\left(\frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}}\right) - i\pi \right], & z > 1 \end{cases} \quad (12)$$

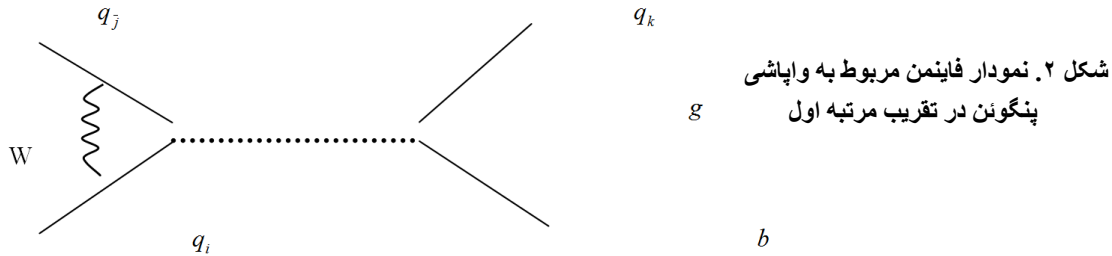
برای کوارک u مقدار z_i بزرگ است و ما می‌توانیم از شکل مجانبی رابطه (۱۱) استفاده کنیم،

$$f_1(x_u, q^2) = (10/9) - (2/3)[\ln(q^2/M_W^2) - i\pi] \quad (13)$$

ملاحظه می‌کنیم که $F_1^L \gg F_1^R$ و $F_2^L \gg F_2^R$ است. برای دامنه واپاشی $d\bar{q}'q' \rightarrow b$ ، ملاحظه می‌کنیم که جمله مربوط به F_1^L غالب است. در فرایندهایی شبیه $b \rightarrow ds\bar{s}$ و $\bar{b} \rightarrow \bar{d}s\bar{s}$ انتظار می‌رود که سهم پنگوئن غالب باشد [۱۰] و سهم F_1^L نیز نسبت به سایر فرم فاکتورها غالب باشد. در واپاشی‌های شبیه $b \rightarrow sq'\bar{q}'$ ، دوباره ملاحظه می‌کنیم که $F_1^L \gg F_1^R$ و $F_2^L \gg F_2^R$ و سهم مربوط به فرم فاکتور F_1^L غالب است.

آهنگ زمانی واپاشی پنگوئن گلوئی تا تقریب مرتبه اول $b \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j$

نمودار فاینمن مربوط به واپاشی پنگوئن در تقریب مرتبه اول بدین‌صورت نمایش داده می‌شود:



دامنه پنگوئن گلوئی در پایین‌ترین مرتبه در g_s برای فرآیند واپاشی $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$ مطابق رابطه (۴) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a Q_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] \quad (14)$$

که با رابطه (۵) مشخص می‌شود. از آنجا که سهم F_2^L بسیار کوچک است عامل Q_μ بدین‌صورت ساده می‌شود:

$$Q_\mu = \gamma_\mu P_L F_1^L(q^2) = \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} F_1^L(q^2) = \tilde{\sigma}_\mu F_1^L(q^2) \quad (15)$$

با جای‌گذاری رابطه بالا در دامنه پنگوئن گلوئی (۱۴) داریم:

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] \quad (16)$$

در رابطه بالا مقدار γ^μ را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\gamma^\mu = \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} + \gamma^\mu \frac{1+\gamma_5}{2} = \tilde{\sigma}^\mu + \sigma^\mu \quad (17)$$

برای سادگی فقط جمله اول رابطه بالا را انتخاب می‌کنیم و در دامنه پنگوئن (۱۶) قرار می‌دهیم.

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] \quad (18)$$

بهنظور ساده نوشتن خواهیم داشت:

$$M^{peng} = \frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_1^L(q^2) [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] \quad (19)$$

اینجا،

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] = [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] ,$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] = [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] . \quad (20)$$

با محاسبه مؤلفه‌های دامنه واپاشی (۲۰) و متوسط‌گیری روی حالت‌های اسپینی $1/2$ و $-1/2$ کوارک b و در نظر گرفتن هشت حالت هلیسیتی^۱، مربع دامنه واپاشی برابر می‌شود با (پیوست الف را نگاه کنید):

$$\begin{aligned} |M^{peng}|^2 &= \left[\frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_1^L(q^2) \right]^2 [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)) (\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]^2 \\ &= \left[\frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_1^L(q^2) \right]^2 \frac{1}{2} (1 - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)) . \end{aligned} \quad (21)$$

اکنون می‌توانیم با استفاده از مجذور دامنه واپاشی، آهنگ زمانی واپاشی‌های مختلف کوارک b را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن گلونی کوارک $q_i q_k \bar{q}_j \rightarrow b$ تا تقریب مرتبه اول برابر است با (پیوست الف را نگاه کنید):

$$\Gamma = \frac{3}{8\pi^3} \left(\frac{M_b}{2} \right)^5 \int_0^1 \int_0^1 [\xi(x)]^2 xy f_1 g_1 dx dy . \quad (22)$$

در اینجا:

$$\begin{aligned} f_1 &= (2 - \sqrt{x^2 + a^2} - \sqrt{y^2 + b^2}) \\ g_1 &= \left(1 - \frac{(f_1)^2 - (c^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + a^2} \sqrt{y^2 + b^2}} \right) \\ \xi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_s^2}{4\pi^2} (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) F_1^L(q^2) . \end{aligned} \quad (23)$$

ثابت‌های a و b و c عبارتند از:

$$a = \frac{2m_i}{M_b} , \quad b = \frac{2m_k}{M_b} , \quad c = \frac{2m_j}{M_b} . \quad (24)$$

^۱. helicity state

به عبارت ساده‌تر داریم:

$$\Gamma_{b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j} = 3\Gamma_0 I^{peng} . \quad (25)$$

که در آن انتگرال فضای فاز برابر است با:

$$I^{peng} = \int_0^1 \int_0^1 [\xi(x)]^2 6xy.f_1.g_1.dxdy , \quad (26)$$

و ثابت Γ_0 برابر با:

$$\Gamma_0 = \frac{1}{8} \frac{M_b^5}{192\pi^3} . \quad (27)$$

در حد $m_q \rightarrow 0$ فرم فاکتور $F_1^L(q^2)$ برابر است با:

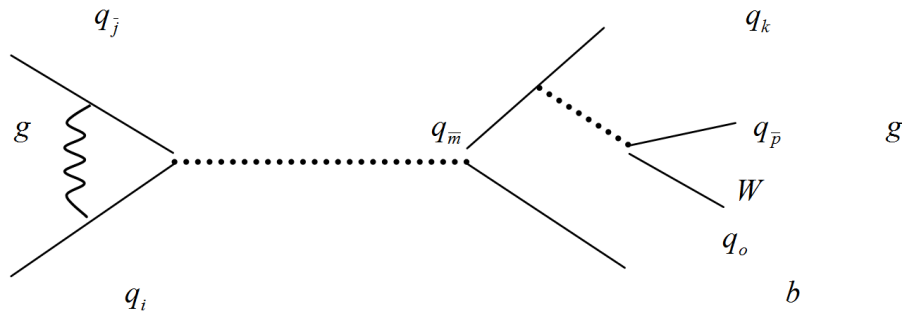
$$\begin{aligned} F_1^L(q^2) &= F_1^L(0) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\sum_{i=u,c,t} V_{iq}^* V_{ib} f_1(x_i) \right] \\ &= \frac{G_f}{\sqrt{2}} (V_{uq}^* V_{ub} f_1(x_u) + V_{cq}^* V_{cb} f_1(x_c) + V_{tq}^* V_{tb} f_1(x_t)) . \end{aligned} \quad (28)$$

کوآرک q می‌تواند کوآرک‌های d و s باشد. همچنین عامل رنگ مربوط به گلئون برابر است با:

$$\begin{aligned} \sum_{a=1}^8 T^a T^a &\equiv \langle green | T^a | red \rangle \langle red | T^a | green \rangle \\ &\equiv \frac{1}{3} \langle green | T^a T^a | green \rangle = \frac{1}{3} \frac{1}{3} Tr(T^a T^a) = \frac{1}{9} \frac{8}{2} = \frac{4}{9} . \end{aligned} \quad (29)$$

آهنگ زمانی واپاشی پنگونن گلنونی تا تقریب مرتبه دوم $b \rightarrow q_k q_i \bar{q}_j (q_o \bar{q}_p)$

نمودار فاینمن مربوط به واپاشی پنگونن در تقریب مرتبه دوم بدین صورت نمایش داده می‌شود:



دامنه پنگونن گلنونی در دومین مرتبه در g_s برای فرآیند واپاشی $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q_o \bar{q}_p)$ بدین صورت ارائه

می‌شود:

$$M^{peng} = \left(\frac{g_s}{4\pi^2} \right)^2 [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a Q_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \bar{W}^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] . \quad (30)$$

در اینجا:

$$Q_\mu \equiv \gamma_\mu [F_1^L(q^2)P_L + F_1^R(q^2)P_R] + \frac{i\sigma_{\mu\nu}}{q^2} [F_2^L(q^2)P_L + F_2^R(q^2)P_R]. \quad (31)$$

پارامترهای F_1 و F_2 فرم فاکتورهای تک‌قطبی الکتریکی و دوقطبی مغناطیسی هستند و q تکانه گلوئون $q = p_b - p_{q_k}$ است. عملگر تصویر کایرال $P_{L(R)} = (1 \pm \gamma_5)/2$ و $a = (1, \dots, 8)$ و T^a مولدهای $SU(3)$ هستند که تحت رابطه $Tr(T^a T^b) = \delta^{ab}/2$ به‌هم‌نگار شده‌اند. رابطه (31) با توجه به سهم غالب $F_1^L(q^2)$ بدین صورت به‌دست می‌آید:

$$Q_\mu = \gamma_\mu P_L F_1^L(q^2) = \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} F_1^L(q^2) = \tilde{\sigma}_\mu F_1^L(q^2). \quad (32)$$

بنا بر این دامنه واپاشی پنگوئن به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$M^{peng} = \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right)^2 [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \bar{W}^\mu T^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \quad (33)$$

اکنون باید قسمت اضافه شده گلوئونی $g \rightarrow q'_o q'_p$ را وارد معادله بالا کنیم. این قسمت را در جمله \bar{W}^μ به این صورت وارد می‌کنیم:

$$\bar{W}^\mu = \gamma^\mu [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) T^a \gamma_\mu v_{\bar{q}_m}(p_{\bar{q}_m})] [\bar{u}_{q'_o}(p_{q'_o}) \gamma^\mu T^a v_{\bar{q}'_p}(p_{\bar{q}'_p})]. \quad (34)$$

اکنون سعی می‌کنیم تا رابطه مذکور را بر حسب تصویر کایرال بنویسیم. برای این منظور γ^μ و γ_μ رابطه بالا را بدین‌صورت نمایش می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \gamma^\mu &= \gamma^\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} + \gamma^\mu \frac{(1+\gamma_5)}{2} = \tilde{\sigma}^\mu + \sigma^\mu, \\ \gamma_\mu &= \gamma_\mu \frac{(1-\gamma_5)}{2} + \gamma_\mu \frac{(1+\gamma_5)}{2} = \tilde{\sigma}_\mu + \sigma_\mu. \end{aligned} \quad (35)$$

برای سادگی فقط جمله‌های اول روابط بالا یعنی قسمت چپ‌گرد را انتخاب می‌کنیم. با جای‌گذاری در رابطه (34) خواهیم داشت:

$$\bar{W}^\mu = \tilde{\sigma}^\mu [\bar{u}_{q_j}(p_{q_j}) T^a \tilde{\sigma}_\mu v_{\bar{q}_m}(p_{\bar{q}_m})] [\bar{u}_{q'_o}(p_{q'_o}) \tilde{\sigma}^\mu T^a v_{\bar{q}'_p}(p_{\bar{q}'_p})]. \quad (36)$$

ابتدا شاخه $g \rightarrow q'_o q'_p$ را محاسبه می‌کنیم و سپس آن را در رابطه اصلی دامنه پنگوئن (33) قرار می‌دهیم.

رابطه (36) با کمی خلاصه کردن به این صورت به‌دست می‌آید:

$$\bar{W}^\mu = \tilde{\sigma}^\mu (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)]. \quad (37)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] &= [\bar{u}_{q_j}(p_{q_j}) \tilde{\sigma}_\mu u_{q_m}(p_{q_m})], \\ [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] &= [\bar{u}_{q'_o}(p_{q'_o}) \tilde{\sigma}^\mu u_{q'_p}(p_{q'_p})]. \end{aligned} \quad (38)$$

دامنه قسمت شاخه‌ای $g \rightarrow q'_o q'_p$ بدین صورت به دست می‌آید (پیوست ب را نگاه کنید):

$$\begin{aligned} \bar{W}^\mu &= \tilde{\sigma}^\mu(T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] \\ &= \tilde{\sigma}^\mu(T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) (1 + v_o)(1 + v_p)(1 + v_j) [1 - \cos(\theta_o - \theta_j)]. \end{aligned} \quad (39)$$

حال که دامنه قسمت شاخه‌ای $g \rightarrow q'_o q'_p$ را به دست آوردیم، به قسمت اصلی یعنی دامنه واپاشی پنگوئن (۳۳)

باز می‌گردیم. با جای‌گذاری \bar{W}^μ از رابطه (۳۷) در دامنه واپاشی پنگوئن (۳۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} M^{peng} &= \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right)^2 [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T_{q_k b}^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] \\ &\times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu(T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] T_{q_i q_j}^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \end{aligned} \quad (40)$$

با کمی ساده‌سازی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} M^{peng} &= \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right)^2 F_1^L(q^2) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) \\ &\times [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)]. \end{aligned} \quad (41)$$

که در آن:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] = [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)],$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] = [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu u_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})]. \quad (42)$$

بعد از محاسبه عبارات (۴۲) و جای‌گذاری آن در دامنه واپاشی (۴۱) و مربع آن خواهیم داشت (پیوست ب را نگاه کنید):

$$\begin{aligned} |M^{peng}|^2 &= \left| \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right)^2 F_1^L(q^2) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) \right|^2 \\ &\times 64 [1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j) - v_k v_i \cos(\theta_i - \theta_k) + v_j v_o v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k) \cos(\theta_o - \theta_j)] \end{aligned} \quad (43)$$

اکنون می‌خواهیم با استفاده از مجذور مؤلفه‌های دامنه واپاشی، آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن کوآرک b تا تقریب مرتبه دوم را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن گلنونی کوآرک $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q'_o q'_p)$ (پیوست ب را نگاه کنید):

$$\begin{aligned} \Gamma_{b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q'_o q'_p)} &= \frac{6}{\pi^7} \left(\frac{16}{81}\right)^2 \left[\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right]^4 \left(\frac{M_b}{4}\right)^{11} \\ &\times \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz [F_1^L(q^2)]^2 \left\{ \frac{xyz^5}{5} f_2 g_2 + \frac{xyz^7}{7} h f_2 - \frac{xyz^7}{7} h f_2 g_2 \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

در رابطه بالا عامل رنگ مربوط به گلنون تا مرتبه دوم برابر است با:

$$\sum_{a=1}^8 T^a T^a \sum_{a=1}^8 T^a T^a \equiv \frac{4}{9} \frac{4}{9} = \frac{16}{81} \quad (45)$$

در حد $0 \rightarrow m_q$ فرم فاکتور $F_1^L(q^2)$ با رابطه (۲۸) مشخص می‌شود و ثابت‌های f_2 ، g_2 و h عبارتند از:

$$f_2 = (4 - \sqrt{z^2 + a^2} - \sqrt{z^2 + b^2}) - (\sqrt{x^2 + c^2} + \sqrt{y^2 + d^2})$$

$$g_2 = 1 - \frac{(f_2)^2 - (e^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + c^2}\sqrt{y^2 + d^2}},$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} \quad (46)$$

که در آن ثابت‌های e, d, c, b, a بدین‌صورت تعریف می‌شوند:

$$a = \frac{4m_i}{M_b}, \quad b = \frac{4m_k}{M_b}, \quad c = \frac{4m_p}{M_b}, \quad d = \frac{4m_j}{M_b}, \quad e = \frac{4m_o}{M_b}. \quad (47)$$

نتایج عددی

با استفاده از استاندارد گروه اطلاعات ذرات [۱۳] در مورد پارامترهای ماتریس CKM با مقادیر عمومی $\theta_{12} = 0.221$ ، $\theta_{13} = 0.0035$ ، $\theta_{23} = 0.041$ و انتخاب مقدار $\pi/2$ برای فاز δ_{13} ماتریس CKM می‌توان مثال‌هایی از مدل ارائه شده در این تحقیق به‌دست آورد. مطابق با مقاله علی و گروب [۱۴]، جرم کوارک‌های ورودی و خروجی را بدین‌صورت در نظر می‌گیریم:

$$m_b = 4.70 \text{ GeV}, \quad m_s = 0.95 \text{ GeV}, \quad m_d = 0.007 \text{ GeV}$$

$$m_u = 0.003 \text{ GeV}, \quad m_c = 1.25 \text{ GeV}, \quad m_W = 80.403 \text{ GeV}$$

مقدار ثابت فرمی را برابر:

$$G_F = 1.16639 \times 10^{-5} \quad (1/(\text{GeV})^2)$$

آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن در تقریب مرتبه اول و دوم مطابق روابط (۲۵) و (۴۴) برای هر دو ذرات و پاد ذرات $b \rightarrow ds\bar{d}, us\bar{u}, cd\bar{c}, cs\bar{c}, ud\bar{u}, sd\bar{s}, ss\bar{s}, ddd$ به‌ترتیب در جدول ۱ و ۲ نمایش داده شده است.

کل آهنگ زمانی واپاشی حالت شاخه‌ای برابر است با [۱۵]:

$$\Gamma_{tot}^{Tree} = 3.044 \times 10^{-13}$$

و کل آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن در تقریب مرتبه اول و دوم برابر است با:

$$\Gamma_{tot}^{Penguin} = 5.304 \times 10^{-15}$$

در نتیجه کل آهنگ زمانی واپاشی‌ها برابر می‌شود با:

$$\Gamma_{tot} = 3.097 \times 10^{-13}$$

برای مثال، مقدار تئوری نسبت تناسب یکی از واپاشی‌های مزون B^- برابر است با:

به عبارت دیگر، در هر واپاشی با شامل شدن قسمت پنگوئن پاد متقارن شدن ماده- پاد ماده ظاهر می‌شود. بیشترین این پاد تقارن در واپاشی ماده $b \rightarrow ud\bar{u}$ و پاد ماده $\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{d}u$ ظاهر می‌شود که حدود ۷٪ است. به بیان دیگر نسبت واپاشی ماده $b \rightarrow ud\bar{u}$ حدود ۷٪ کمتر از واپاشی پاد ماده $\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{d}u$ است. همچنین نسبت واپاشی ماده $b \rightarrow us\bar{u}$ بیش‌تر از نسبت واپاشی پاد ماده $\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{s}u$ است.

پیوست الف: محاسبه آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن گلوونی کوارک b تا تقریب مرتبه اول

از آنجا که کوارک b در امتداد زاویه θ_b دارای اسپین $1/2$ - و در امتداد زاویه $\pi - \theta_b$ دارای اسپین $1/2$ است و از آنجا که اسپین کوارک b را در امتداد محور z و در چارچوب آزمایشگاه در حال سکون یعنی $p_b = 0$ فرض شده است، بنا بر این تابع موج کوارک b برابر است با:

$$\begin{aligned} |b_{(+1/2)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ |b_{(-1/2)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{الف-۱})$$

اندازه حرکت کوارک‌های p_k, p_i, p_j را در صفحه xz فرض می‌کنیم ($\varphi = 0$)، و از آنجا که خواهیم داشت: $\vec{p}_b = \vec{p}_i + \vec{p}_k + \vec{p}_j = 0$

$$\begin{aligned} p_k &= p_k (\sin \theta_k, 0, \cos \theta_k), \\ p_i &= p_i (\sin \theta_i, 0, \cos \theta_i), \\ p_j &= p_j (\sin \theta_j, 0, \cos \theta_j). \end{aligned} \quad (\text{الف-۲})$$

بنا بر این مؤلفه‌های دامنه واپاشی بدین صورت به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] &= \sqrt{1+v_k} [(-\sin(\frac{\theta_k}{2}) \cos(\frac{\theta_k}{2})) \tilde{\sigma}_\mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ or } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}], \\ [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] &= \sqrt{1+v_i} \sqrt{1+v_j} [(-\sin(\frac{\theta_i}{2}) \cos(\frac{\theta_i}{2})) \tilde{\sigma}^\mu \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\theta_j}{2}) \\ \cos(\frac{\theta_j}{2}) \end{pmatrix}]. \end{aligned} \quad (\text{الف-۳})$$

به ازای مقادیر $\mu = 0, 1, 2, 3$ ، مؤلفه‌های دامنه واپاشی برای کوارک b با اسپین $1/2$ و $1/2$ - برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(1/2)} &= \\ \sqrt{1+v_i} \sqrt{1+v_j} \sqrt{1+v_k} &[\sin(\frac{\theta_i - \theta_j - \theta_k}{2}) + \sin(\frac{\theta_i + \theta_j - \theta_k}{2})] \\ [(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(-1/2)} &= \end{aligned}$$

$$\sqrt{1+v_i}\sqrt{1+v_j}\sqrt{1+v_k} [\cos(\frac{\theta_i - \theta_j - \theta_k}{2}) - \cos(\frac{\theta_i + \theta_j - \theta_k}{2})] . \quad (\text{الف-۴})$$

و مربع آن برابر است با:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(\frac{1}{2})}^2 = (1+v_i)(1+v_j)(1+v_k) \\ \times [\frac{1}{2}(1 - \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_k)) + \frac{1}{2}(1 - \cos(\theta_i + \theta_j - \theta_k)) - \cos(\theta_i - \theta_k) + \cos(\theta_j)]$$

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{LL(-1/2)}^2 = (1+v_i)(1+v_j)(1+v_k) \quad (\text{الف-۵}) \\ \times [\frac{1}{2}(1 + \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_k)) + \frac{1}{2}(1 + \cos(\theta_i + \theta_j - \theta_k)) - \cos(\theta_i - \theta_k) - \cos(\theta_j)]$$

برای بعدست آوردن مؤلفه‌های دامنه واپاشی، اکنون باید روی حالت‌های اسپینی $1/2$ و $-1/2$ کوارک b متوسط گیری کنیم:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{spin-ave}^2 = (1+v_i)(1+v_j)(1+v_k)[1 - \cos(\theta_i - \theta_k)] . \quad (\text{الف-۶})$$

رابطه بالا برای حالت هلیسیته دل خواه $(+, +, +)$ برای واپاشی $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$ است. اکنون باید همه حالت‌های هلیسیته را بعدست آورده و با هم جمع کنیم. با جمع هشت حالت هلیسیته خواهیم داشت:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]_{spin-ave}^2 = \frac{1}{2}(1 - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)) . \quad (\text{الف-۷})$$

اکنون می‌توانیم با استفاده از مربع مؤلفه‌های دامنه واپاشی، آهنگ زمانی واپاشی‌های مختلف کوارک b را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ دیفرانسیلی زمانی چنین واپاشی‌هایی در حالت کلی برابر است با:

$$d\Gamma = V^2 |M|^2 \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_b - p_i - p_j - p_k) . \quad (\text{الف-۸})$$

مطابق پایستگی انرژی و تکانه، $E^2 = p^2 + m^2 c^2$ ، داریم:

$$E_{q_j} = \sqrt{m_{q_j}^2 + p_{q_i}^2 + p_{q_k}^2 + 2p_{q_i} p_{q_k} \cos \theta} , \quad (\theta = \theta_i - \theta_k) \quad (\text{الف-۹})$$

با جای‌گذاری در رابطه آهنگ دیفرانسیلی زمانی واپاشی خواهیم داشت:

$$d\Gamma = V^2 \left[\frac{1}{V\sqrt{2}} \frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a F_1^L(q^2) \right]^2 \times \frac{1}{2} (1 - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)) \\ \times \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_b - p_i - p_j - p_k) . \quad (\text{الف-۱۰})$$

بعد از کمی ساده‌سازی و انتگرال‌گیری بر روی p_j خواهیم داشت:

$$\Gamma = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a \right]^2 \frac{1}{2} \int \int [F_1^L(q^2)]^2 (1 - v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k))$$

$$\times \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} (2\pi) \delta(E_i + E_j + E_k - M_b) \quad (\text{الف-۱۱})$$

با جای‌گذاری E_j در رابطه بالا و این که:

$$\int \delta(E_i + E_k + \sqrt{m_j^2 + p_{q_i}^2 + p_{q_k}^2} + 2p_{q_i} p_{q_j} \cos(\theta_i - \theta_k) - M_b) d(\cos(\theta_i - \theta_k)) \\ = \frac{M_b - E_i - E_k}{p_i p_k} \quad (\text{الف-۱۲})$$

همچنین

$$\cos(\theta_i - \theta_k) = \frac{(M_b - (E_i + E_k))^2 - (m_j^2 + p_i^2 + p_k^2)}{2p_i p_k} . \quad (\text{الف-۱۳})$$

آهنگ زمانی واپاشی (الف-۱۱) برابر می‌شود با:

$$\Gamma = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_s^2}{4\pi^2} T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a \right]^2 \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^4} \int p_i^2 dp_i d\Omega \int [F_1^L(q^2)]^2 p_k^2 dp_k \frac{(M_b - E_i - E_k)}{p_i p_k} \\ \times \left(1 - \frac{(M_b - (E_i + E_k))^2 - (m_j^2 + p_i^2 + p_k^2)}{2E_i E_k} \right) . \quad (\text{الف-۱۴})$$

با جای‌گذاری کمیت‌های E_i و E_k برحسب اندازه حرکت و جرم در رابطه بالا و از آنجا که $-1 \leq \cos \theta \leq 1$

است؛ بنا بر این:

$$0 \leq p_i \leq \frac{M_b}{2} , \quad 0 \leq p_k \leq \frac{M_b}{2} . \quad (\text{الف-۱۵})$$

و فرض می‌کنیم که:

$$p_i = x \frac{M_b}{2} , \quad p_k = y \frac{M_b}{2} . \quad (\text{الف-۱۶})$$

و جای‌گذاری p_i و p_k در رابطه (الف-۱۴) و کمی ساده‌سازی، آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگون گلوونی کوارک $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j$ تا تقریب مرتبه اول برابر می‌شود با:

$$\Gamma = 3 \frac{1}{8\pi^3} \left(\frac{M_b}{2} \right)^5 \int_0^1 \int_0^1 [\xi(x)]^2 xy f_1 g_1 dx dy . \quad (\text{الف-۱۷})$$

ضریب ۳ نماینده رنگ کوارک b است و

$$f_1 = (2 - \sqrt{x^2 + a^2} - \sqrt{y^2 + b^2})$$

$$g_1 = \left(1 - \frac{(f_1)^2 - (c^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + a^2} \sqrt{y^2 + b^2}} \right)$$

$$\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g_s^2}{4\pi^2} (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) F_1^L(q^2) . \quad (\text{الف-۱۸})$$

ثابت‌های a و b و c عبارتند از:

$$a = \frac{2m_i}{M_b}, \quad b = \frac{2m_k}{M_b}, \quad c = \frac{2m_j}{M_b}. \quad (\text{الف-۱۹})$$

پیوست ب: محاسبه‌ی آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن گلوونی کوارک b تا تقریب مرتبه دوم

از آنجا که کوارک q_m در امتداد زاویه θ_m دارای اسپین $1/2$ - و در امتداد زاویه $\pi - \theta_m$ دارای اسپین $1/2$ است و از آنجا که اسپین کوارک q_m را در امتداد محور z و در چارچوب آزمایشگاه در حال سکون یعنی $p_{q_m} = 0$ فرض شده است، بنا بر این تابع موج کوارک q_m برابر است با:

$$|q_{m(-1/2)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$|q_{m(+1/2)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{ب-۱})$$

همچنین فرض می‌کنیم اندازه حرکت کوارک‌های p_o , p_p , p_j در صفحه xz باشند، یعنی مؤلفه y آن صفر باشد ($\varphi = 0$)، پس از آنجا که $\vec{p}_{q_m} = \vec{p}_o + \vec{p}_p + \vec{p}_j = 0$ است، خواهیم داشت:

$$p_p = p_p (\sin \theta_p, 0, \cos \theta_p),$$

$$p_o = p_o (\sin \theta_o, 0, \cos \theta_o),$$

$$p_j = p_j (\sin \theta_j, 0, \cos \theta_j). \quad (\text{ب-۲})$$

بنا بر این مؤلفه‌های دامنه واپاشی (۳۷) بدین صورت به دست می‌آید:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] = \sqrt{1+v_j} [(-\sin(\frac{\theta_j}{2}) \cos(\frac{\theta_j}{2})) \tilde{\sigma}_\mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{or} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}] \quad (\text{ب-۳})$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] = \sqrt{1+v_o} \sqrt{1+v_p} [(-\sin(\frac{\theta_o}{2}) \cos(\frac{\theta_o}{2})) \tilde{\sigma}^\mu \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\theta_p}{2}) \\ \cos(\frac{\theta_p}{2}) \end{pmatrix}]$$

به‌ازای $\mu = 0, 1, 2, 3$ و این‌که $[\tilde{\sigma}^\mu][\tilde{\sigma}_\mu] = \tilde{\sigma}^0 \tilde{\sigma}_0 + \tilde{\sigma}^1 \tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}^2 \tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}^3 \tilde{\sigma}_3$ است، مؤلفه‌های دامنه واپاشی

برای کوارک q_m با اسپین $1/2$ و $1/2$ - برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} & [(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{LL(1/2)} = \\ & \times \sqrt{1+v_o} \sqrt{1+v_p} \sqrt{1+v_j} (\sin(\frac{\theta_o - \theta_p - \theta_j}{2}) + \sin(\frac{\theta_o + \theta_p - \theta_j}{2})), \\ & [(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]_{LL(-1/2)} = \\ & \times \sqrt{1+v_o} \sqrt{1+v_p} \sqrt{1+v_j} (\cos(\frac{\theta_o - \theta_p - \theta_j}{2}) - \cos(\frac{\theta_o + \theta_p - \theta_j}{2})) \end{aligned} \quad (\text{ب-۴})$$

با مربع این جملات و متوسط‌گیری روی اسپین $1/2$ و $-1/2$ ، مؤلفه‌های دامنه واپاشی کوارک q_m برابر است با:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]^2_{spin-ave} = (1+v_o)(1+v_p)(1+v_j)[1-\cos(\theta_o - \theta_j)] . \quad (5-ب)$$

با جای‌گذاری رابطه بالا در (۳۶)، دامنه قسمت شاخه‌ای $g \rightarrow q'_o q'_p$ بصورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \bar{W}^\mu &= \tilde{\sigma}^\mu(T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] \\ &= \tilde{\sigma}^\mu(T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) (1+v_o)(1+v_p)(1+v_j) [1-\cos(\theta_o - \theta_j)] . \end{aligned} \quad (6-ب)$$

حال که دامنه قسمت شاخه‌ای $g \rightarrow q'_o q'_p$ را به‌دست آوردیم، به قسمت اصلی یعنی دامنه واپاشی پنگوئن (۳۱)

باز می‌گردیم. با جای‌گذاری \bar{W}^μ از رابطه (۳۶) در دامنه واپاشی پنگوئن (۳۱) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} M^{peng} &= \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right)^2 [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) T_{q_k b}^a F_1^L(q^2) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] \\ &\times [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu(T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] T_{q_i q_j}^a v_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] . \end{aligned} \quad (7-ب)$$

با کمی ساده‌سازی داریم:

$$\begin{aligned} M^{peng} &= \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2}\right)^2 F_1^L(q^2) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) \\ &\times [\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] [\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] [\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m)] [\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p)] . \end{aligned} \quad (8-ب)$$

که در آن:

$$[\tilde{\sigma}_\mu(q_k b)] = [\bar{u}_{q_k}(p_{q_k}) \tilde{\sigma}_\mu u_b(p_b)] ,$$

$$[\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j)] = [\bar{u}_{q_i}(p_{q_i}) \tilde{\sigma}^\mu u_{\bar{q}_j}(p_{\bar{q}_j})] . \quad (9-ب)$$

ابتدا دو عبارت (ب-۹) را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور تابع موج کوارک b را همانند (الف-۱) و اندازه حرکت کوارک‌های p_k , p_i , $p_{\bar{j}}$ را همانند (الف-۲) در نظر می‌گیریم. برای به دست آوردن متوسط مؤلفه‌های

دامنه واپاشی همانند (الف-۶) محاسبه کرده، خواهیم داشت:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))]^2_{spin-ave} = (1+v_i)(1+v_j)(1+v_k)[1-\cos(\theta_i - \theta_k)] . \quad (10-ب)$$

چون برای به‌دست آوردن آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئن کوارک b احتیاج به مربع دامنه واپاشی پنگوئن است لذا لازم است که مربع رابطه (ب-۸) را به‌دست آوریم. با استفاده از روابط (ب-۵) و (ب-۱۰) می‌توان مربع

دامنه واپاشی پنگوئن (ب-۸) را به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} &[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]^2_{spin-ave} = \\ &(1+v_i)(1+v_j)(1+v_k)(1+v_o)(1+v_p)(1+v_j)[1-\cos(\theta_i - \theta_k)][1-\cos(\theta_o - \theta_j)] . \end{aligned} \quad (11-ب)$$

عبارت بالا هنوز قانع کننده نیست، زیرا در عبارت بالا فقط یکی از حالات ممکن هلیسیته در نظر گرفته شده است. اکنون باید همه حالت‌های ممکن هلیسیته را به دست آورده، با هم جمع کنیم. ۶۴ حالت ممکن هلیسیته داریم که بعد از جمع همه آن‌ها خواهیم داشت:

$$[(\tilde{\sigma}_\mu(q_k b))(\tilde{\sigma}^\mu(q_i q_j))(\tilde{\sigma}_\mu(q_j q_m))(\tilde{\sigma}^\mu(q'_o q'_p))]^2_{spin-ave} =$$

$$64 [1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j) - v_k v_i \cos(\theta_i - \theta_k) + v_j v_o v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k) \cos(\theta_o - \theta_j)] \quad (ب-۱۲)$$

با جای‌گذاری رابطه بالا در دامنه واپاشی پنگوئن (ب-۸)، مربع این دامنه به این صورت به دست می‌آید:

$$|M^{peng}|^2 = \left| \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2} \right)^2 F_1^L(q^2) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) \right|^2$$

$$\times 64 [1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j) - v_k v_i \cos(\theta_i - \theta_k) + v_j v_o v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k) \cos(\theta_o - \theta_j)] \quad (ب-۱۳)$$

اکنون می‌خواهیم با استفاده از مجذور مؤلفه‌های دامنه واپاشی، آهنگ زمانی واپاشی‌های پنگوئنی کوارک b تا تقریب مرتبه دوم را محاسبه کنیم. با استفاده از قاعده طلایی فرمی آهنگ دیفرانسیلی زمانی چنین واپاشی‌هایی در حالت کلی برابر است با:

$$d\Gamma = V^2 |M|^2 \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_o}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(p_b - p_i - p_j - p_k - p_p - p_o) \quad (ب-۱۴)$$

با جای‌گذاری رابطه (ب-۱۳) در رابطه بالا و مرتب کردن جملات بر حسب متغیرهای انتگرال‌گیری، خواهیم داشت:

$$\Gamma = 64 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2} \right)^2 (T_{q_j q_m}^a T_{q'_o q'_p}^a) (T_{q_k b}^a T_{q_i q_j}^a) \right]^2 (I_1^{peng} + I_2^{peng} + I_3^{peng}) \quad (ب-۱۵)$$

این جا I_1^{peng} و I_2^{peng} و I_3^{peng} انتگرال‌های فضای فاز هستند که عبارتند از:

$$I_1^{peng} = \iiint \iiint [F_1^L(q^2)]^2 (1 - v_o v_j \cos(\theta_o - \theta_j))$$

$$\times (2\pi) \delta(M_b - E_k - E_i - E_j - E_o - E_p) (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_p - \vec{p}_o)$$

$$\times \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_o}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3},$$

$$I_2^{peng} = - \iiint \iiint [F_1^L(q^2)]^2 v_i v_k \cos(\theta_i - \theta_k)$$

$$\times (2\pi) \delta(M_b - E_k - E_i - E_j - E_o - E_p) (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_p - \vec{p}_o)$$

$$\times \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_o}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3},$$

$$I_3^{peng} = \iiint \iiint [F_1^L(q^2)]^2 v_o v_j v_i v_k \cos(\theta_o - \theta_j) \cos(\theta_i - \theta_k)$$

$$\times (2\pi) \delta(M_b - E_k - E_i - E_j - E_o - E_p) (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_b - \vec{p}_i - \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_p - \vec{p}_o)$$

$$\times \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_k}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_o}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_p}{(2\pi)^3} . \quad (\text{ب-۱۶})$$

اکنون باید $I_1^{peng}, I_2^{peng}, I_3^{peng}$ را محاسبه کنیم و سپس در داخل رابطه (ب-۱۵) قرار دهیم. همانند روشی که در پیوست الف انجام داده‌ایم، می‌توان انتگرال‌های فضای فاز را به صورت زیر محاسبه کرد.

$$I_1^{peng} = \frac{1}{5} \frac{1}{16\pi^7} \left(\frac{M_b}{4}\right)^{11} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz [F_1^L(q^2)]^2 xyz^5 f_2 g_2 ,$$

$$I_2^{peng} = \frac{1}{7} \frac{1}{16\pi^7} \left(\frac{M_b}{4}\right)^{11} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz [F_1^L(q^2)]^2 xyz^7 h f_2 ,$$

$$I_3^{peng} = \frac{-1}{7} \frac{1}{16\pi^7} \left(\frac{M_b}{4}\right)^{11} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz [F_1^L(q^2)]^2 xyz^7 h f_2 g_2 , \quad (\text{ب-۱۷})$$

در اینجا،

$$f_2 = (4 - \sqrt{z^2 + a^2} - \sqrt{z^2 + b^2}) - (\sqrt{x^2 + c^2} + \sqrt{y^2 + d^2})$$

$$g_2 = 1 - \frac{(f_2)^2 - (e^2 + x^2 + y^2)}{2\sqrt{x^2 + c^2}\sqrt{y^2 + d^2}} ,$$

$$h = \frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \frac{1}{\sqrt{z^2 + b^2}} \quad (\text{ب-۱۸})$$

که در آن ثابت‌های e, d, c, b, a بدین صورت تعریف می‌شوند.

$$a = \frac{4m_i}{M_b} , \quad b = \frac{4m_k}{M_b} , \quad c = \frac{4m_p}{M_b} , \quad d = \frac{4m_j}{M_b} , \quad e = \frac{4m_o}{M_b} . \quad (\text{ب-۱۹})$$

اکنون که مقادیر فضای فاز I_1^{peng}, I_2^{peng} و I_3^{peng} مشخص شده‌اند، می‌توان با جای‌گذاری آن‌ها در رابطه (ب-۱۵)، آهنگ زمانی واپاشی گلنون پنگونن تا تقریب مرتبه دوم $b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q'_o q'_p)$ را به این صورت به دست آورد:

$$\Gamma_{b \rightarrow q_i q_k \bar{q}_j (q'_o q'_p)} = 3 \times 64 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{g_s^2}{4\pi^2} \right)^2 \left(\frac{16}{81} \right) \right]^2 \frac{1}{16\pi^7} \left(\frac{M_b}{4} \right)^{11}$$

$$\times \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 dx dy dz [F_1^L(q^2)]^2 \left\{ \frac{xyz^5}{5} f_2 g_2 + \frac{xyz^7}{7} h f_2 - \frac{xyz^7}{7} h f_2 g_2 \right\} . \quad (\text{ب-۲۰})$$

جدول ۱. آهنگ زمانی واپاشی (DR) و نسبت تناسب (BR) واپاشی‌های کوآرک b و پاد کوآرک \bar{b}

برای واپاشی‌های پنگونن در تقریب مرتبه اول، ($DR \times 10^{-17} \text{ GeV}$) و ($BR \times 10^{-4}$)

Process	DR	BR	Process	DR	BR
$b \rightarrow cd\bar{c}$	۶/۰۲۲	۱/۸۲۲	$\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}c$	۷/۰۵۶	۲/۰۷۲
$b \rightarrow cs\bar{c}$	۱۱۷/۱۲	۳۴/۴۱	$\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{s}c$	۱۱۵/۸۷	۳۴/۰۴
$b \rightarrow sd\bar{s}$	۹/۱۴۶	۲/۶۸۷	$\bar{b} \rightarrow \bar{s}\bar{d}s$	۹/۴۰۵	۲/۷۶۲
$b \rightarrow ds\bar{d}$	۱۸۳/۳۸	۵۳/۸۷	$\bar{b} \rightarrow \bar{d}\bar{s}d$	۱۸۳/۹۹	۵۴/۰۵
$b \rightarrow ud\bar{u}$	۱/۰۳۵	۰/۳۰۴	$\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{d}u$	۱/۲۱۳	۰/۳۵۶
$b \rightarrow us\bar{u}$	۱۹/۷۶۶	۵/۸۰۶	$\bar{b} \rightarrow \bar{u}\bar{s}u$	۱۹/۵۳۱	۵/۷۳۸
$b \rightarrow ddd\bar{d}$	۸/۱۹۶	۲/۴۰۸	$\bar{b} \rightarrow \bar{d}\bar{d}\bar{d}$	۸/۹۰۱	۲/۶۱۵
$b \rightarrow sss\bar{s}$	۱۸۵/۵۷	۵۴/۵۱	$\bar{b} \rightarrow \bar{s}\bar{s}\bar{s}$	۱۸۳/۰۷	۵۳/۷۸

جدول ۲. آهنگ زمانی (DR) واپاشی‌های کوارک b برای واپاشی‌های پنگونن در تقریب مرتبه دوم ($DR \times 10^{-19} GeV$).

Process	DR	Process	DR
$b \rightarrow cs\bar{c}(d\bar{d})$	۱۰۳/۲۱	$b \rightarrow cd\bar{c}(d\bar{d})$	۱۰/۳۶
$b \rightarrow cs\bar{c}(u\bar{u})$	۹۸/۷۶	$b \rightarrow cd\bar{c}(u\bar{u})$	۹/۸۱۲
$b \rightarrow cs\bar{c}(c\bar{c})$	۸۱۱/۷۳	$b \rightarrow cd\bar{c}(c\bar{c})$	۷۵/۰۹
$b \rightarrow cs\bar{c}(s\bar{s})$	۲۱۷/۰۱	$b \rightarrow cd\bar{c}(s\bar{s})$	۲۲/۴۶
$b \rightarrow sd\bar{s}(d\bar{d})$	۱۷/۸۵	$b \rightarrow ds\bar{d}(d\bar{d})$	۲۳۱/۰۲
$b \rightarrow sd\bar{s}(u\bar{u})$	۱۲/۲۳	$b \rightarrow ds\bar{d}(u\bar{u})$	۲۱۹/۸۶
$b \rightarrow sd\bar{s}(c\bar{c})$	۱۰۷/۱۶	$b \rightarrow ds\bar{d}(c\bar{c})$	۹۷۶/۵۲
$b \rightarrow sd\bar{s}(s\bar{s})$	۳۹/۴۴	$b \rightarrow ds\bar{d}(s\bar{s})$	۳۹۹/۴۱
$b \rightarrow ud\bar{u}(d\bar{d})$	۳/۳۲۸	$b \rightarrow us\bar{u}(d\bar{d})$	۳۱/۸۶
$b \rightarrow ud\bar{u}(u\bar{u})$	۲/۴۱۵	$b \rightarrow us\bar{u}(u\bar{u})$	۲۷/۰۵
$b \rightarrow ud\bar{u}(c\bar{c})$	۲۸/۸۹	$b \rightarrow us\bar{u}(c\bar{c})$	۳۰۱/۱۴
$b \rightarrow ud\bar{u}(s\bar{s})$	۸/۱۹۷	$b \rightarrow us\bar{u}(s\bar{s})$	۹۰/۶۷
$b \rightarrow dd\bar{d}(d\bar{d})$	۱۹/۲۳	$b \rightarrow ss\bar{s}(d\bar{d})$	۲۵۶/۱۱
$b \rightarrow dd\bar{d}(u\bar{u})$	۱۰/۸۱	$b \rightarrow ss\bar{s}(u\bar{u})$	۲۴۰/۸۱
$b \rightarrow dd\bar{d}(c\bar{c})$	۱۳۱/۷۶	$b \rightarrow ss\bar{s}(c\bar{c})$	۹۹۸/۷۶
$b \rightarrow dd\bar{d}(s\bar{s})$	۴۲/۲۴	$b \rightarrow ss\bar{s}(s\bar{s})$	۴۱۷/۶۲

جدول ۳. نسبت تناسب تئوری واپاشی‌های کوارک b و نسبت تناسب تجربی واپاشی‌های مزون B.

واپاشی کوارک b	واپاشی‌های مزون B	نسبت تناسب تئوری واپاشی کوارک b	نسبت تناسب تجربی واپاشی‌های مزون B
$b \rightarrow ud\bar{u}$	$\bar{B}^0 \rightarrow (\pi^+, \rho^+), (\pi^-, \rho^-)$	$۸/۹۹ \times 10^{-3}$	$< ۲/۳۰۳ \times 10^{-3}$
$\bar{b} \rightarrow \bar{u}d\bar{u}$	$B^+ \rightarrow (\pi^0, \eta, \rho^0, \omega), (\pi^+, \rho^+)$	$۹/۴۳ \times 10^{-3}$	$< ۱/۵۸۷ \times 10^{-3}$
$b \rightarrow us\bar{u}$	$\bar{B}^0 \rightarrow (\pi^+, \rho^+), (K^-, K^{*-})$	$۶/۰۱ \times 10^{-3}$	-----
$\bar{b} \rightarrow \bar{u}s\bar{u}$	$B^0 \rightarrow (\pi^0, \eta, \rho^0, \omega), (K^0, K^{*0})$	$۵/۹۴ \times 10^{-3}$	$< ۵/۶۷ \times 10^{-3}$
$b \rightarrow cd\bar{c}$	$\bar{B}^0 \rightarrow (D^+, D^{*+}), (D^-, D^{*-})$	$۹/۸۵ \times 10^{-3}$	$< ۵/۲ \times 10^{-3}$
$\bar{b} \rightarrow \bar{c}d\bar{c}$	$B^0 \rightarrow (\chi_c, J/\psi), (\pi^0, \eta, \rho^0, \omega)$	$۹/۸۹ \times 10^{-3}$	-----
$b \rightarrow cs\bar{c}$	$\bar{B}^0 \rightarrow (D^+, D^{*+}), (D_s^-, D_s^{*-})$	$۱۷/۰۷ \times 10^{-3}$	-----
$\bar{b} \rightarrow \bar{c}s\bar{c}$	$B^+ \rightarrow (\bar{D}^0, \bar{D}^{*0}), (D_s^+, D_s^{*+})$	$۱۷/۱۰ \times 10^{-3}$	$< (۶/۱ \pm ۲/۳) \times 10^{-3}$
$b \rightarrow ss\bar{s}$	$\bar{B}^0 \rightarrow (\bar{K}^0, \bar{K}^{*0}), (\eta', \phi)$	$۵/۴۴ \times 10^{-3}$	$< ۶/۵۳۱ \times 10^{-3}$
$\bar{b} \rightarrow \bar{s}s\bar{s}$	$B^+ \rightarrow (K^+, K^{*+}), (\eta', \phi)$	$۵/۴۴ \times 10^{-3}$	$< ۷/۵۸۲ \times 10^{-3}$

منابع

1. A. J. Buras, "Weak Hamiltonian, CP Violation and Rare Decays", arxiv: hep-ph/9806471V1 (1998)
2. A. Vainshtein, "How Penguin started to fly", Int. J. Mod.Phys. A14, 4705 (1999).
3. R. Fleischer, "Exploring CP Violation and Penguin Effects through $B_d^0 \rightarrow D^+ D^{*-}$ and $B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ ", Eur.Phys.J.C51, 849 (2007).
4. T. N. Pham, "Charming penguin in nonleptonic B decays", AIP Conf.Proc. 602, 206 (2001).
5. R. Fleischer, S. Recksiegel, " $b \rightarrow d$ Penguins: CP Violation, General Lower Bounds on the Branching Ratios and Standard Model Tests", Contribution to the proceedings of EPS-HEP2005, arxiv:hep-ph/0511325 (2005).
6. R. Fleischer, S. Recksiegel, "General Lower Bounds for $b \rightarrow d$ Penguin Processes", Phys. Rev. D71, 051501 (2005).
7. R. Fleischer, "Flavour Physics and CP Violation", lectures at the 2005 European School of High-Energy Physics, Kitzbuehel, Austria, 21 August - 3 September 2005, arxiv: hep-ph/0608010 (2006).
8. Z. Xiao, C. S. Li, K. T. Chao, "Gluon penguin enhancements to inclusive charmless decays of b quark in the 2HDM with flavor changing couplings", Phys.Lett. B473, 148 (2000).
9. M. Beneke, J. Rohrer, D. Yang, "Enhanced electroweak penguin amplitude in $B \rightarrow VV$ decays", Phys.Rev.Lett. 96, 141801 (2006).
10. S. A. Abel, W. N. Cottingham, I. B. Wittingham, "Gluon and gluino penguins and the charmless decays of the b quark", Phys.Rev. D58, 073006 (1998).
11. Z. Xiao, W. Li, L. Guo, G. Lu, "Charmless decays $B \rightarrow PP, PV$, and effects of new strong and electroweak penguins in Topcolor-assisted Technicolor model", Eur. Phys. J. C18, 681 (2001).
12. A. J. Buras, P. Gambino, U. Haisch, "Electroweak Penguin Contributions to Non-Leptonic $\Delta F = 1$ Decays at NNLO", Nucl.Phys. B570, 117 (2000).
13. "Particle Data Group", J Phys, G 33, 1 (2008).

14. A. Ali, C. Greub, "An analysis of two-body non-leptonic B decays involving light mesons in the standard model", Phys.Rev. D57, 2996 (1998).
15. W. N. Cottingham, H. Mehrban, I. B. Wittingham, "Hadronic B decays: Supersymmetric enhancement and a simple spectator model", Phys.Rev. D60,114029 (1999).
16. G. Buchalla, T. K. Komatsubara, F. Muheim, L. Silvestrini, "B, D and K Decays", Eur. Phys. J C57, 309 (2008).
17. M. Artuso, E. Barberio, S. Stone, "B Meson Decays", PMC Phys. A, 33 (2009).
18. M. A. Bigdeli, G. H. Mahdavinia, S. Jafari, H. Hazarkhani, "Wet 2,4,6-trichloro [1,3,5] triazine (TCT) an efficient catalyst for synthesis of α,α' -bis(substituted-benzylidene) cycloalkanones under solvent-free conditions", Catal. Commun. 8 (2007) 2229-2231.