

## محاسبه آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک در اتم‌های اگزوتیک

\* سیدمحمد متولی، سمیه شیخیان عزیزی؛

دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک هسته‌ای

### چکیده

در این مقاله، آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط شدگی استارک را به‌زای چگالی‌های مختلفی از دوتریوم و در حالت‌های اولیه مختلف، برای اتم‌های اگزوتیک دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی بررسی می‌کنیم. در این راستا اثرات مخلوط شدگی استارک با استفاده از مدل بوریه‌لئون و مدل SCM بررسی شده است. به‌منظور دستیابی به دقیق‌ترین نتایج، داده‌هایی تجربی ارائه شده برای پهنا و انتقال در حالت‌های 1S و 2P اتم‌های اگزوتیک مورد بحث به‌کار گرفته شده است. نتایج حاصل از محاسبات نشان می‌دهد، در حضور چگالی‌های مختلفی از دوتریوم و در حالت‌های اولیه مختلف، اتم اگزوتیک دوتریوم میونی آهنگ انتقال چشمگیری نسبت به دیگر اتم‌های اگزوتیک دارد.

### مقدمه

هنگامی‌که ذرات میون، پایون، کائون و آنتی پروتون از میان ابر الکترونی اتم دوتریوم عبور می‌کنند، جای‌گزین الکترون آن می‌شوند. به‌این ترتیب اتم اگزوتیک در بالاترین حالت برانگیخته، شکل می‌گیرد [۱]، [۲] این بالاترین حالت برای اتم‌های دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی به‌ترتیب برابر با ۱۴، ۱۶، ۳۱ و ۴۰ مشاهده شده است [۳]. عبور این اتم‌های اگزوتیک از میدان الکتریکی اتم دوتریوم سبب تشکیل اثر استارک بین  $n^2$  حالت تبهگن آن می‌شود. ذرات پایون، کائون و آنتی پروتون در بررسی‌های QCD بسیار مورد توجه‌اند؛ به‌همین منظور اثر استارک در اتم‌های اگزوتیک متشکل از این ذرات به‌همراه برهم‌کنش‌های قوی هسته‌ای بررسی می‌شود [۴]. لئون-بته بررسی‌های اولیه روی فرآیند مخلوط شدگی استارک، را برای حالت‌هایی با  $m = 0$  انجام داده است [۵]؛ پس از وی بوریه‌لئون، به‌منظور محاسبه بازده اشعه ایکس، فرآیند مخلوط شدگی استارک را تحت گذارهایی با  $\Delta l = \pm 1$  بررسی کردند [۶]. در این مقاله سعی بر آن است تا با استفاده از مدل بوریه‌لئون، در نظرگیری مدل SCM و با انتخاب مناسب‌ترین چگالی محیط، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط شدگی استارک را در حالت‌های اولیه مختلف بررسی شود

واژه‌های کلیدی: فرآیند مخلوط شدگی استارک، اتم اگزوتیک، آهنگ انتقال، مدل بوریه‌لئون.

پذیرش ۹۲/۹/۲۴

دریافت ۹۱/۷/۱۸

نویسنده مسنول motavali@umz.ac.ir

## محاسبات

فرآیند مخلوط‌شدگی استارک سریع‌ترین فرآیند برخوردی است که در آن اتم خنثی اگزوتیک، در مکانی که میدان الکتریکی قادر به مخلوط‌سازی زیر ترازاها با  $n$  یک‌سان است، در مولکول یا اتم هدف نفوذ می‌کند [۷]:

$$(A^-d)_{n_i l_i} + D \rightarrow (A^-d)_{n_f l_f} + D \quad \Delta n = 0, \Delta l = \pm 1 \quad (1)$$

پارامتر  $A$  در رابطه مذکور، به هر یک از ذرات میون، پایون، کائون و آنتی پروتون اشاره دارد. بررسی فرآیند مخلوط‌شدگی استارک نیازمند بررسی احتمال انتقال بین حالت‌های تبهگن است. نظر به این‌که این احتمال انتقال با حل معادله شرودینگر و در نظرگیری انتقال بین حالت‌های تبهگن مشخص می‌شود، بحث مدل میدان ثابت و مدل میدان دورانی در این راستا بسیار مورد توجه است. معادله شرودینگر وابسته به زمان برای مختصات داخلی اتم اگزوتیک عبارت است از:

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = [H_0 + E(t).r] |\Psi(t)\rangle \quad (2)$$

که  $H_0$  عملگر انرژی غیراختلالی اتم اگزوتیک،  $E(t)$  میدان الکتریکی ایجاد شده با ماده هدف و  $r$  فاصله اتم دوتریوم و اتم اگزوتیک است. با بسط تابع موج برحسب  $n^2$  ویژه توابع  $|\alpha\rangle$  و  $|\beta\rangle$ ، رابطه (۲) بدین‌صورت بسط می‌یابد [۸]-[۹]:

$$i \frac{d}{dt} \langle \beta | \Psi(t) \rangle = \sum_{\alpha} [E(t) \langle \beta | Z | \alpha \rangle - i \dot{\theta} \langle \beta | \frac{d}{dt} | \alpha \rangle] \langle \alpha | \Psi(t) \rangle \quad (3)$$

به‌دلیل دشواری حل این معادله، برای  $n^2$  حالت از هر  $n$ ، از بخش دورانی صرف‌نظر می‌شود؛ به‌این ترتیب به‌جای بسط تابع موج در مختصات کروی، بسط آن در مختصات سهموی مورد توجه قرار می‌گیرد. حال چنانچه ویژه حالت‌ها در مختصات سهمی وار،  $|\alpha\rangle = |n_2, m\rangle$  و  $|\beta\rangle = |n_1, m\rangle$ ، را در نظر بگیریم، معادله (۳) بدین‌صورت تعریف می‌شود [۵]، [۱۰]:

$$i \frac{d}{dt} \langle n_1, m | \Psi(t) \rangle = \sum_{n_2} [\langle n_1, m | V(t) | n_2, m \rangle] \langle n_2, m | \Psi(t) \rangle \\ = V_{n_1, m}(t) \delta_{n_1, n_2} \langle n_2, m | \Psi(t) \rangle = V_{n_1, m}(t) \langle n_1, m | \Psi(t) \rangle \quad (4)$$

در این رابطه  $V_{n_1, m}(t)$  بیانگر انرژی پتانسیل اتم اگزوتیک تحت تاثیر میدان الکتریکی اتم هدف است که بدین‌صورت معرفی می‌شود [۱۱]:

$$V_{n_1, m}(t) = \frac{3}{2} E(t) n (2n_1 - n + |m| + 1) \quad (5)$$

در رابطه فوق  $n$  و  $m$  به‌ترتیب بیانگر عدد کوانتومی اصلی و مغناطیسی هستند. قابل ذکر است که همواره برای اعداد کوانتومی سهمی وار  $n_2$ ،  $n_1$  و  $m$  باید این شرط برقرار باشد:

$$n_1 + n_2 + |m| + 1 = n \quad (6)$$

همچنین شدت میدان الکتریکی تصویری در فاصله  $R = \rho \text{Sec} \theta$  (بیانگر زاویه بین محور عمود بر راستای میدان اتم دوتریوم و مسیر حرکت اتم اگزوتیک است.) از اتم هدف و در حالت پایه آن برابر با این رابطه است:

$$E(t) = \frac{Z_{eff}}{\mu R^2} = \left[ 1 - \int_0^R |R_{n=1, l=0}|^2 r^2 dr \right] \frac{1}{\mu R^2} = \left[ 1 - 4 \int_0^R e^{-2R} r^2 dr \right] \frac{1}{\mu R^2} = e^{-2R} \frac{1+2R+2R^2}{\mu R^2} \quad (7)$$

به این ترتیب با حل معادله شرودینگر، احتمال انتقال اتم اگزوتیک در برخورد با اتم دوتریوم، تحت پارامتر برخورد  $\rho$ ، معادل این رابطه است:

$$P(\rho, l, l', m) = \left| \sum_{n_1=0}^{n-|m|-1} \langle l, m | n_1, m \rangle e^{-i \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3}{2} n(2n_1 - n + |m| + 1) e^{-2\rho \sec \theta} \frac{1+2\rho \sec \theta + 2(\rho \sec \theta)^2}{\mu(\rho \sec \theta)^2} \frac{\rho(\sec \theta)^2}{v} d\theta} \langle n_1, m | l', m \rangle \right| \quad (8)$$

که در رابطه مذکور  $v$  سرعت اتم اگزوتیک است. بنا بر این با در نظر گرفتن تابع معرفی شده به وسیله لئون-بته،  $\zeta(\rho)$ ، به صورت:

$$\zeta(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-2\rho \sec \theta} (1 + 2\rho \sec \theta + 2\rho^2 (\sec \theta)^2) d\theta \quad (9)$$

و همچنین با در نظر گرفتن تقریب  $2n_1 - n + |m| + 1 \approx 2n_1$ ، این رابطه کلی برای احتمال انتقال به دست می‌آید:

$$P(\rho, l, l', m) = \left| \sum_{n_1=0}^{n-|m|-1} \langle l, m | n_1, m \rangle e^{-im \frac{3\pi n \zeta(\rho)}{v\mu} \frac{1}{\rho}} \langle n_1, m | l', m \rangle \right|^2 \quad (10)$$

با محاسبه این احتمال در  $m=0$  ( $p(\rho_s, 0, 0, 0) \approx 0.1$ ) و تعمیم آن به مدل بوریه-لئون، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط‌شدگی استارک بدین صورت ارائه می‌شود:

$$\lambda_{l \rightarrow l+1}^{St} = K_{stk} N v \pi \rho_s^2 \quad (11)$$

$$\lambda_{l \rightarrow l-1}^{St} = K_{stk} N v \pi \rho_s^2 \frac{2l-1}{2l+1} \quad (12)$$

که  $K_{stk}$  در روابط فوق پارامتری آزاد و  $\rho_s$  پارامتری است که در آن به ازای برخوردهایی با  $\rho \leq \rho_s$ ،  $n$  حالت با  $m=0$  به طور کامل با یکدیگر مخلوط می‌شوند؛ مقدار این پارامتر از حل معادله زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{\zeta(\rho_s)}{\rho_s} = \frac{v\mu}{2n^2} \quad (13)$$

با توجه به این که ذرات پایون، کائون و آنتی پروتون تحت تاثیر برهمکنش‌های قوی هسته‌ای (اثرات پلاریزاسیون خلا و اندازه متناهی هسته) قرار می‌گیرند، محاسبه آهنگ انتقال در حضور این برهمکنش‌ها بسیار مورد توجه است [۱۱]. تحت این شرایط، در حالت‌هایی با  $l > 1$  آهنگ مخلوط‌شدگی استارک برابر است با:

$$\lambda_{l \rightarrow l+1}^{St} = \frac{2l+1}{2l-1} \lambda_{l \rightarrow l-1}^{St} = K_{stk} N \pi v \rho_s^2 \quad (14)$$

در این رابطه  $\rho_s$  پارامتر برخوردی مؤثری است که از حل معادله (۱۳) به دست می‌آید؛ درحالی که آهنگ مخلوط‌شدگی استارک برای گذار  $S \rightarrow P$  ( $P \rightarrow S$ ) با در نظر گرفتن تغییرات انرژی  $\delta E$ ، بدین صورت ارائه می‌شود:

$$\lambda_{S \rightarrow P}^{St} = 3\lambda_{P \rightarrow S}^{St} = K_{stk} N \pi v \rho_s'^2 \quad (15)$$

$$\rho_s' = \text{Max}(R_1, R_2) \quad (16)$$

در معادلات مذکور پارامترهای برخوردی  $R_1$  و  $R_2$  به ترتیب با حل دو معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{v|\delta E_{nS}|_{eff}^2}{3n^2} = 0.58\left(1 + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R^2}\right)e^{-2R} \quad (17)$$

$$\frac{v\mu^2|\delta E_{nS}|_{eff}^2}{3n^3\Gamma_{nS}^{abs}} = \frac{1}{\rho^3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-4\rho \sec\theta} (1 + 2\rho \sec\theta + 2\rho^2 \sec^2\theta)^2 \sec^{-2}\theta d\theta \quad (18)$$

$\mu$  در رابطه فوق معادل با جرم کاهش‌دهنده اتم اگزوتیک است. در روابط (17) و (18) تغییر انرژی مؤثر و میزان جذب در هر یک از حالت‌ها با این روابط محاسبه می‌شوند:

$$|\delta E_{nS}|_{eff} = \frac{|\delta E_{1S}|_{eff}}{n^3} \quad (19)$$

$$\Gamma_{nS}^{abs} = \frac{\Gamma_{1S}^{abs}}{n^3} \quad (20)$$

در رابطه (19) تغییر انرژی مؤثر در حالت پایه،  $|\delta E_{1S}|_{eff}$ ، متناسب با اندازه مجموع تغییرات انرژی و مقدار موهمی جذب هسته‌ای در حالت پایه‌اند، که با استفاده از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$|\delta E_{1S}|_{eff} = \left| (\delta E_{1S})_{strong} + (\delta E_{1S})_{vp} + (\delta E_{1S})_{fs} - i \frac{\Gamma_{1S}^{abs}}{2} \right| \quad (21)$$

که  $(\delta E_{1S})_{strong}$ ،  $(\delta E_{1S})_{vp}$ ،  $(\delta E_{1S})_{fs}$  و  $\Gamma_{1S}^{abs}$  به‌ترتیب بیان‌گر انتقال انرژی ناشی از برهم‌کنش قوی هسته‌ای، انتقال انرژی ناشی از پلاریزاسیون خلا، انتقال انرژی ناشی از اندازه متناهی و پهنای جذب هسته‌ای در حالت پایه است. لازم به ذکر است که تمام روابط بالا در سیستم واحد اتمی،  $m_e = e = \hbar = a_B = 1$ ، ارائه شده‌اند.

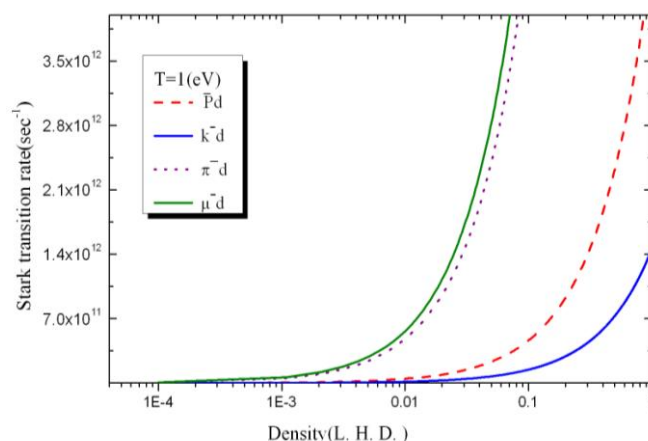
## بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط‌شدگی استارک را به‌ازای چگالی‌های مختلفی از محیط دوتریوم خالص، برای اتم‌های اگزوتیک دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی محاسبه کرده‌ایم. در راستای این محاسبات از مناسب‌ترین داده‌های تجربی ارائه شده برای پهنای و انتقال در حالت  $1S$  و  $2P$  اتم‌های اگزوتیک، استفاده کرده‌ایم؛ این داده‌ها، در جدول ۱ ارائه شده است. در شکل ۱ آهنگ انتقال فرآیند مخلوط‌شدگی استارک در اتم‌های اگزوتیک برحسب چگالی دوتریوم نمایش داده شده است. نتایج حاصل از این محاسبات نشان‌دهنده آن است که آهنگ انتقال فرآیند مخلوط‌شدگی استارک در تمامی اتم‌های اگزوتیک مورد بحث با افزایش چگالی دوتریوم، افزایش می‌یابد؛ به‌طوری‌که اتم اگزوتیک دوتریوم میونی، در مقایسه با دیگر اتم‌های اگزوتیک، همواره بیش‌ترین آهنگ انتقال را دارد. به‌این ترتیب با در نظر گرفتن بالاترین چگالی در نظر گرفته شده،  $N=1(L.H.D.)$ ، و همچنین تحت مدل SCM، که در آن مقدار ثابتی از انرژی جنبشی مورد توجه است، آهنگ انتقال فرآیند مخلوط‌شدگی استارک را در حالت‌های اولیه مختلف، محاسبه و نتایج حاصل از محاسبات را در شکل ۲ نشان داده‌ایم. محاسبات نشان می‌دهد، تمامی اتم‌های اگزوتیک مورد بحث در حالت‌های اولیه بالاتر، آهنگ انتقال بیش‌تری را نسبت به حالت‌های اولیه پایین‌تر دارند؛ به‌طوری‌که هر یک از اتم‌های اگزوتیک دوتریوم میونی، دوتریوم پایونی، دوتریوم کائونی و دوتریوم آنتی پروتونی به‌ترتیب در بالاترین حالت

اولیه خود، آهنگ انتقال معادل با  $\lambda = 1.329 \times 10^{14} (\text{sec}^{-1})$ ،  $\lambda = 1.357 \times 10^{14} (\text{s e}^{-1})$ ،  $\lambda = 5.458 \times 10^{13} (\text{s e}^{-1})$  و  $\lambda = 4.528 \times 10^{13} (\text{sec}^{-1})$  دارند.

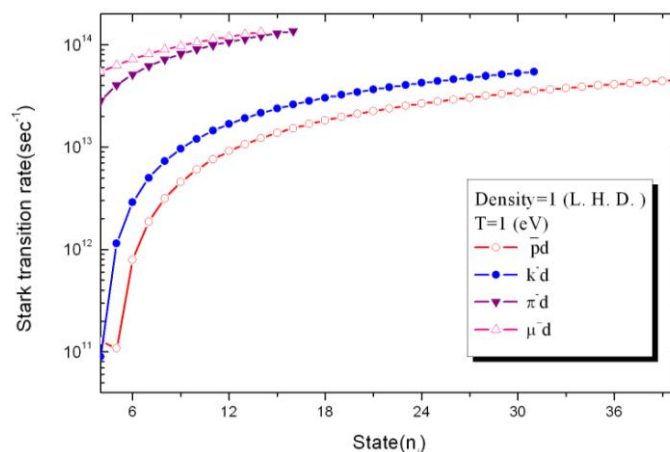
جدول ۱. داده‌های آزمایشگاهی پهنای انتقال حالت‌های  $1S$  و  $2P$  برای اتم‌های اگزوتیک  $\pi^-d$ ،  $K^-d$  و  $\bar{P}d$  [۱۴-۱۲]

Atom	$\Gamma_{1S}^{abs}$	$\Gamma_{2P}^{abs}$	$\delta E_{1S}$
$\pi^-d$	1.02(eV)	---	-2.43(eV)
$K^-d$	880(eV)	0.046(eV)	-693(eV)
$\bar{P}d$	1100(eV)	489(meV)	-1050(eV)



شکل ۱. مقایسه آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط‌شدگی استارک برحسب چگالی در

اتم‌های اگزوتیک  $\mu^-d$ ،  $\pi^-d$ ،  $K^-d$  و  $\bar{P}d$  در  $T=1\text{eV}$



شکل ۲. مقایسه آهنگ انتقالات فرآیند مخلوط‌شدگی استارک بر حسب حالت‌های اولیه

اتم‌های اگزوتیک  $\mu^-d$ ،  $\pi^-d$ ،  $K^-d$  و  $\bar{P}d$  در  $T=1\text{eV}$  و  $N=1\text{L.H.D.}$

## منابع

1. C. A. Bertulani, M. Ellermann, "Production of exotic atoms at energies available at the CERN Large Hadron Collider", Phys. Rev. C 81 (2010).
2. S. M. Motevalli, M. R. Pahlavani, "Some applications of quantum mechanics", InTech Press, (2012).

3. A. Shahbaz, *et al.*, "Exotic atoms in super intense laser fields", *Eur., Phys., J. Special Topics*, 175 (2009).
4. S. Z. Kalantari, M. Raeisi, "Atomic cascade of Kp and Kd atoms and Doppler broadening contribution on x-ray widths", *Phys. Rev. C* 81 (2010).
5. M. Leon, H. A. Bethe, "Negative meson absorption in liquid hydrogen", *Phys. Rev.* 127 (1962).
6. E. Borie, M. Leon, "X-ray yields in protonium and mesic hydrogen", *Phys. Rev. A* 21 (1980).
7. I. Levine, *et al.*, "Measurement of the electromagnetic coupling at large momentum transfer", *Phys. Rev. Lett.*, 78 (1997).
8. G. Reifenrother, E. Klempt, "Antiprotonic hydrogen: From atomic capture to annihilation", *Nucl. Phys. A* 503 (1989).
9. G. Reifenrother, E. Klempt, "The Atomic cascade of kaonic and pionic hydrogen ", *Phys. Lett. B* 248 (1990).
10. G. Flamand, "The solution of a Stark-effect model as a dynamical group calculation", *J. Math. Phys.* 7 (1966).
11. T. P. Terada, R. S. Hayano, "Cascade calculation of hadronic hydrogen atoms", *Phys. Rev. C* 55 (1997).
12. D. Gotta, *et al.*, "Balmer  $\alpha$  transitions in antiprotonic hydrogen and deuterium", *Nucl. Phys.*, A 660 (1999).
13. D. Chatellard, *et al.*, " X-ray spectroscopy of the pionic deuterium atom", *Nucl. Phys.*, A 625 (1997).
14. R. C. Barrett, A. Deloff, "Strong interaction effects in kaonic deuterium", *Phys. Rev. C* 60 (1999).